# МНОГОПРОЦЕССОРНЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ СТРУКТУРЫ НА ОСНОВЕ БИКУБИЧЕСКИХ СПЛАЙНОВ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ДВУХМЕРНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ

**У.З. КОСИМОВА**

*Мақолада икки ўлчамли боғланишларни ҳисоблаш учун бикубик сплайнлар асосидаги кўпроцессорли ҳисоблаш тизимлари ҳақида сўз боради.*

*In this article we have talked about the multiprocessor accounting system for accounting a two-measured connections which is based on the bio-cubic alloy.*

---

В последние годы аппаратные методы построения вычислительных структур для вычисления функций двух и более переменных использовали кусочно-плоскостную и кусочно-квадратическую аппроксимацию, ориентируясь на минимальное число сумматоров и умножителей, что не обеспечивало как высокого быстродействия, так и точности преобразования.

С появлением многопроцессорных сверхбольших интегральных схем (СБИС) появилась возможность быстрого вычисления функций многих переменных (ФМП) с применением математического аппарата базисных сплайнов и таблично – алгоритмических методов. Так как число слагаемых при вычислении В-сплайн - сумм в одномерной области, равно *m+1,* на примере бикубических сплайнов можно показать, как построить экономичную вычислительную структуру, содержащую ограниченное число процессоров. Вводится система одномерных сплайн - функций:

$$C_1(y) = \sum_{j=-1}^{n_2+1} b_{ij} B_j(y) \qquad i = -1,0,1,...,n_2+1, \quad (1)$$

после чего вычисляется двумерный сплайн:

$$S_3(x,y) = \sum_{i=-1}^{n_1+1} C_i(y) B_i(y), \quad i = -1,0,1,...,n_1+1 \quad (2)$$

то есть выполняется последовательность операций по вычислению сплайн-функций. Каждое из преобразований типа (1) и (2) может быть реализовано в параллельной форме при наличии *m+l* процессоров-умножителей.

Путь значительного повышения быстродействия процессов вычислений функций многих переменных лежит в области использовании принципа естественного параллелизма и таблиц нелинейных В - сплайнов. В основу вычислений положена формула формирования значений функций многих переменных в виде аппроксимирующих взвешенных сумм кратных произведений одномерных локальных базисных сплайнов степени *m≥2:*

$$f(x_1,x_2...,x_n) \cong S(x_1,x_2...,x_n) = \sum_i \sum_j \sum_k b_{ij...p} B_j(x_1) B_j(x_2)...B_p(x_n) \qquad (3)$$

где $S_m$ – обобщенный многомерный полиномиальный сплайн степени m по каждому аргументу;

$b_{ij...p}$ - коэффициент аппроксимации для элементарной кубообразной области задания функции с индексом *i,j,...,p;*

$B_1,B_n...,B_p$ - значения базисных сплайнов степени m по каждому аргументу для точки многомерного пространства, в которой вычисляется значение функции.

В соответствии с выражением (3) строится структура, приведенная на рис.1. Она содержит блок регистров 1 (БрГ), блок коммутации 2 (БК), блок формирования адресов 3 (БФА), блок памяти коэффициентов аппроксимации 4 (БПК А), блок памяти ординат базисных функций 5 (БПО), блок вычисления сплайнов 6 (БВС) и блок синхронизации 7 (БС).

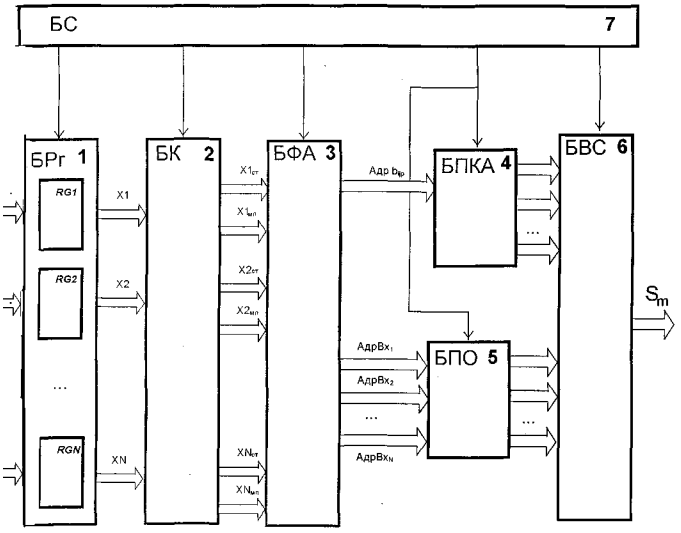



*Рис 1. Вычислительная структура для вычисления функций двух переменных на основе бикубических базисных сплайнов*

Процесс функционирования структуры начинается с такта одновременной записи цифровых кодов аргументов $x_1,x_2,...,x_n$ длиной *n* двоичных разрядов каждый в блок регистров 1. Во втором такте информация под управлением блока 7 передается в параллельной форме в блок 2, в третьем такте также синхронно - в блок 3 и т.д.

В блоке 2 производится разделение кодов аргументов на две части:

$l_c$ старших разрядов используются для формирования адресов коэффициентов аппроксимации $b_{ij...p}$ т.е. для выбора элементарного гиперкуба, в область которого попадает точка, соответствующая текущей комбинации значений аргументов;

$n_c$-$l_c$ младших разрядов задают координаты, являющиеся адресами совокупности ординат - значений B-сплайнов, определяющих выбор значения $f(x_1, x_2,..., x_n)$.

В блоке 3 осуществляется разделение адресов b-коэффициентов сплайн-приближения и адресов одномерных локальных B-сплайнов. По группам этих адресов из блоков памяти 4 и 5 выбираются группы значений коэффициентов и ординат базисных функций, число которых равно числу аргументов.

Возьмем для примера аппроксимацию функции двух переменных бикубическим сплайном, т.е. m = 3. Выражение (3) преобразуется к виду:

$$f(x_1,x_2)=S_{3,3}(x_1,x_2)=$$

$$\begin{aligned}
&=b_{i-1,i-1}B_{i-1}(x_1)B_{j-1}(x_2)+b_{i-1,i-1}B_{i-1}(x_1)B_j(x_2)+\\
&+b_{i-1,j+1}B_{i-1}(x_1)B_{j+1}(x_2)+b_{i-1,j+2}B_{i-1}(x_1)B_{j+2}(x_2)+\\
&+b_{i,j-1}B_i(x_1)B_{j-1}(x_2)+b_{i,j}B_i(x_1)B_j(x_2)+\\
&+b_{i,j+1}B_i(x_1)B_{j+1}(x_2)+b_{i,j+2}B_i(x_1)B_{j+2}(x_2)+\\
&+b_{i+1,j-1}B_{i+1}(x_1)B_{j-1}(x_2)+b_{i+1,j}B_{i+1}(x_1)B_{j+}(x_2)+\\
&+b_{i+1,j+1}B_{i+1}(x_1)B_{j+1}(x_2)+b_{i+1,j+2}B_{i+2}(x_1)B_{j+2}(x_2)+\\
&+b_{i+2,j-1}B_{i+2}(x_1)B_{j-1}(x_2)+b_{i+2,j}B_{i+2}(x_1)B_j(x_2)+\\
&+b_{i+2j+1}B_{i+2}(x_1)B_{j+1}(x_2)+b_{i+2,j+2}B_{i+2}(x_1)B_{j+2}(x_2)+
\end{aligned}$$

т.е. сплайн вычисляется в виде суммы из 16 членов, каждый из которых представляет собой произведение трех соумножителей, сформированных при сочетаниях коэффициентов и одномерных B-сплайнов на четырех примыкающих друг к другу участках каждого из аргументов (текущие с номерами i и *j* , предыдущие по отношению к ним и по два последующих).

Из графиков групп одномерных сплайнов следует, что фиксация на входе преобразователя одного из аргументов, например, $x_1 = x_1^*$ ведет к выборке 4-х ординат примыкающих сплайнов:

$$B_{j-1}(x_1^*),\ B_i(x_1^*),\ B_{i+1}(x_1^*) \text{ и } B_{i+2}(x_1^*).$$

Код младших разрядов числа $x_1^*$ в регистре RG1 блока 1 является общим адресом этих ординат.

Аналогичным образом по коду младших разрядов второго аргумента $x_2^*$ формируются адреса четырех ординат В-сплайнов:

$$B_{j-1}(x_2^*),\ B_j(x_2^*),\ B_{j+1}(x_2^*) \text{ и } B_{j+2}(x_2^*).$$

В известном варианте функций многих переменных, созданном на основе сплайнов и микропроцессорных секций [5], как и традиционно, хранятся узловые ординаты аппроксимирующей функциональной зависимости $f(x_1,x_2,...,x_n)$. В отличие от нее в предлагаемой структуре в блоке 5 хранятся ординаты нелинейных В-сплайнов степени т, причем количество одновременно выбираемых ординат по каждому аргументу равно $m$+1.

Перестройка на другую функциональную зависимость при неизменном количестве аргументов выполняется простым изменением содержимого блока 4 памяти коэффициентов, а при увеличении количества аргументов -параллельным подключением дополнительных процессоров-умножителей к уже имеющимся и увеличением числа входов сумматора. Изменение степени аппроксимирующих многомерных сплайнов должно сопровождаться заменой содержимого блока памяти ординат.

Можно установить, что информация продвигается вдоль структуры синхронно и в параллельной форме по нескольким ветвям. Приняв во внимание тот факт, что на обработку группы чисел в БВС тратится $m+1$ тактов, то общий период "разгона" параллельного конвейера с момента подачи кодов аргументов на входы и до момента появления значения функции на выходе составит $m+5$ тактов. При полной загрузке конвейера новое значение функции появляется в следующем такте по отношению к предыдущему значению. Т.е. производительность не зависит от числа аргументов и от степени сплайнов. При сравнительно низкой тактовой частоте 10 мГц одно значение функции будет вычисляться за 100 нс, а при тактовой частоте 400 мГц – за 2.5 нс.

**ЛИТЕРАТУРА:**

1. Свиньин С. Ф. Высокопроизводительные микроэлектронные функциональные преобразователи на основе кубических базисных сплайнов // Электронное моделирование. – 1989. –№4. – С. 48-51.

2. Свиньин С. Ф. Базисные сплайны в теории отсчетов сигналов. –Спб.: Наука. 2003. -108 с.

*Андижон муҳандислик иқтисодиёт институти*
*2010 йил 10 майда қабул қилинган*