ФУНКЦИЯНИНГ ЎЗГАРИШ ТЕЗЛИГИ ВА УНИНГ БАЪЗИ ТАТБИҚЛАРИ

А.Толипов, А.Исмонов

Значение любого понятия и любой формулы возрастает в том случае, если они находят применение в решении жизненных проблем. В статье показана роль производной в решении физических задач.

The meaning of any conception or formula increases if it is usedul in solving vital problems. The article represents the role of derivative in the solution of physical problems.

Ҳар бир тушунча ҳаётий масалаларга қанча кўп татбиқ этилса, унинг аҳамияти янада ортади. Ушбу мақолада функциянинг ўзгариши ёки ҳосила ёрдамида турлича физик масалаларни ҳал этиш мумкин экани кўрсатилади.

Маълумки нуқтанинг тўғри чизиқли ҳаракат қонуни $S = f(t)$ функция ёрдамида берилса, $t = t_0$ пайтдаги оний тезлиги ва тезланишлари $v(t_0) = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta S}{\Delta t} = S'(t_0) = \dfrac{dS}{dt}$ ва $a(t\ ) = v'(t) = \lim\limits_{\Delta t \Rightarrow 0} \dfrac{v(t+\Delta t)}{\Delta t} - a(t) = S''(t)$ лимитларнинг мавжудлиги билан боғлиқ бўлади.

Ҳосила функциянинг t_0 пайтидаги оний тезлигини ифода этишидан фойдаланиб қатор физик масалаларни ҳал этиш мумкин :

1. Қўзғалмас ўқ атрофида айланма ҳаракат қилувчи жисмнинг бурчак тезлиги ва тезланишини аниқлаш.

Агар жисм бирор қўзғалмас ўқ атрофида $\varphi = \varphi(t)$ қонун билан ҳаракат қилаётган бўлса, бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши $\omega(t) = \varphi'(t)$, $\alpha(t) = \omega(t)$ бўлади.

Масала.

Айланиб турган маховик тормозлангандан бошлаб $t(c)$ да $\varphi(t) = 4t - 0{,}3t^2$ (рад) қонун билан $\varphi(t)$, бурчакка бурилади.

а) маховикнинг $t = 2$ (с) даги бурчак тезлиги $\omega(t)$ ни топинг;

б) вақтнинг қандай моментида маховик тўхтайди?

Ечиш :

а) ихтиёрий t моментидаги маховикнинг $\omega(t)$ бурчак тезлиги

$\omega(t) = \varphi'(t) = 4 - 0{,}3x2t = 4 - 0{,}6t$

$t = 2c$ моментидаги бурчак тезлиги

$\omega(2) = 2{,}8$ радиан.

б) $\omega(t) = 0$ деб, t вақтни топамиз:

$4 - 0{,}6t = 0$; $t = 6\dfrac{2}{3}c$

Масала. Жисм T температурасининг t вақтга боғлиқ ҳолда ўзгариши $T = \dfrac{1}{2}t^2 + t$ тенглама билан берилган. Вақтнинг $t = 5(c)$ моментида бу жисм қандай тезлик билан қизийди ?

Ечиш.

Жисмнинг қизиш тезлиги T температуранинг t вақт бўйича олинган ҳосиласига тенг:

$$T'(t) = \frac{1}{2}x2t + 1 = t + 1 \qquad T'(5) = 5 + 1 = 6$$

Демак, вақтнинг $t = 5(c)$ моментида жисм секундига 6^0 тезлик билан қизийди.

2. Тўғри чизиқли ҳаракат қилувчи жисмнинг таъсир қиладиган кучи энергиясини ҳисоблаш.

Масала. 2кг массали жисм $S(t) = t^2 + t + 1$ қонун бўйича тўғри чизиқли ҳаракат қилади, бунда $S(t)-$ см. билан ҳисобланган йўл, t – секунд билан ўлчанган вақт.

1. Таъсир қилувчи кучни топинг.
2. Жисм ҳаракат бошланганидан 2 секунд ўтгандан кейинги кинетик энергия E ни топинг.

Ечиш:

$m = 2кг, v(t) = S'(t) = (2t+1)\ \ см/сек^2$

$\alpha = v'(t) = 2\ \ см/сек^2$

1) таъсир қилувчи куч

$F =$ ma ; $F = 2$ кг$\times 2\ \frac{см}{сек^2} = 4\ \ \frac{кг \times см}{сек^2} = 0{,}04H$

2) кинетик энергия

$E = \frac{mv^2}{2}$; $v(2) = 5$

$E = \frac{2000г \times 25см^2/сек^2}{2} = 2500эрг$

3. Стерженнинг чизиқли зичлигини ҳисоблаш.

Стерженнинг m массаси l узунлигининг функцияси бўлади: $m = f(l)$ узунликка боғлиқ ҳолда стержень массасининг ўзгариш тезлигини ифодалаш учун физикада чизиқли зичлик тушунчаси киритилади.

Стерженнинг ўртача чизиқли зичлиги деб стержень массаси билан узунлиги нисбатига айтилади. Агар стержень бир жинсли бўлса, унинг ўртача чизиқли зичлиги ҳамма нуқталарда бир хил, яъни ўзгармас бўлади. Агар бир жинсли бўлмаса, стерженлар учун берилган нуқтадаги чизиқли зичлик тушунчаси киритилади.

Стерженнинг l нуқтадаги $p(l)$ чизиқли зичлиги деб Δm масса орттирмасини Δl узунлик орттирмасига нисбатининг лимитига айтилади:

$p(l) = \lim \rho_{ур}(l) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta l} = m`(l)$

Чизиқли зичлик стержень массасининг унинг узунлигига боғлиқ ҳолда ўзгариш тезлигини ифодалайди.

Масала. Бир жинсли бўлмаган $|ON| = 10см$ узунликдаги стерженда масса (грамм билан ҳисоблаганда) $m = 5l^2 + l - 1$

қонун билан тақсимланган, бу ерда l узунлик О нуқтадан ҳисоблангандаги стержень узунлигининг қисмидир.

1) стерженнинг ўртача чизиқли зичлиги топилсин;

2) О нуқтадан 3см. масофада ётувчи нуқтадаги чизиқли зичлик топилсин.

Ечиш:

1) стержень узунлиги маълум бўлгани учун унинг массаси

$$m = 5 \times 10^2 + 10 - 1 = 509(г)$$

$$\rho_{урт} = \frac{m}{l} = \frac{509}{10} = 50.9\frac{г}{см}$$

2) $l =$ 3см га $\Delta\, l$ орттирма бериб, $[3, 3+\Delta l]$кесмадаги Δ m массани топамиз:

$$\Delta m = 5(3+\Delta l)^2 + (3+\Delta l) - 1 - (5 \times 3^2 + 3 - 1) = (31 + 5\Delta l)\Delta l$$

$$\rho_{урт} = \frac{\Delta m}{\Delta l} = 31 + 5\Delta l$$

l = 3 см нуқтадаги чизиқли зичлик: $\rho(3) = \lim_{\Delta t \to 0} \rho_{урт} = \lim_{\Delta t \to 0}(31 + 5\Delta l) = 31$

Ёки қисқача $\rho(l) = 10l + 1$; $\rho(3) = 10 \times 3 + 1 = 31$

Масала. Массаси m бўлган жисм $S(t) = \alpha t^2 + \beta t + \gamma^2$ қонун бўйича тўғри чизиқли ҳаракат қилади (α, β ва γ ўзгармаслар). Нуқтага таъсир қилувчи куч ўзгармас эканини исботланг.

Ечиш:

$\upsilon(t) = S'(t) = 2\alpha t + \beta$; $\upsilon'(t) = a(t)$; $F =$ ma ; $F = 2m\alpha$ ўзгармас катталикдир.

Адабиётлар:

1. Азларов Т., Мансуров Ш. Математик анализ.- Т.,1989
2. Толипов А., Исмонов А. Функциянинг ўзгариши тезлиги ва унинг баъзи татбиқлари.- Андижон, 2009

Андижон давлат университети
2010 йил 4 ноябрда қабул қилинган
(Тақризчи: проф. А.Муллажонов)