ЮҚОРИ ДАРАЖАЛИ ҚЎПҲАДЛАРНИНГ ИЛДИЗЛАРИНИ ҲИСОБЛАШ ДАСТУРЛАРИ

К.Мамадалиев, Б.Мамадалиев

В данной статье рассмотрена задача вычисления рациональных корней многочлена на компьютере.

In this article it is considered that the tasks of counting rational roots of multymembers in computer.

Математика фанининг турли соҳаларини ўрганишда, кўплаб математик масалаларни ечишда юқори даражали кўпҳадларни текшириш зарурияти туғилади. Кўпҳадларни текширишда унинг илдизларини ва экстремум нуқталарини аниқлаш асосий босқич ҳисобланади. Кўпҳаднинг экстремум нуқталарини топиш учун унинг ҳосиласи илдизларини ҳисоблаш кераклигини этиборга олсак, кўпҳаднинг экстремум нуқталарини топиш масаласи ҳам кўпҳаднинг илдизларини ҳисоблаш масаласига келади. Лекин кўпҳаднинг даражаси катталашиб боргани сари унинг илдизларини ҳисоблаш қийинлашиб боради. Бунинг асосий сабабларидан бири умумий кўринишда берилган ва даражаси тўртдан юқори бўлган кўпҳаднинг барча илдизларини ҳисоблаш алгоритмининг мавжуд эмаслигидадир. Шуларни эътиборга олиб қуйида биз юқори даражали кўпҳадларнинг илдизларини компьютерда ҳисоблаш масаласини кўриб чиқамиз.

Рационал сонлар майдонида $f(x)=\frac{b_0}{c_0}x^n+\frac{b_1}{c_1}x^{n-1}+\frac{b_{n-1}}{c_{n-1}}x+\frac{b_n}{c_n}$,

кўпҳад берилган бўлсин. Бу ерда $b_i\in Z, c_i\in N, n\in N, i=1,2,3,...,n$.

Бундай кўпҳаднинг рационал илдизларини топиш бутун коэффициентли

$cf(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+...+a_n$

кўпҳаднинг илдизларини топиш масаласига келтирилади. Бу ерда

с=ЭКУК$\left[c_0,c_1,...,c_n\right]$, $a_i=(\frac{c}{c_i})*b_i \quad i=0,1,2,\ldots,n.$

Бутун коэффициентли $cf(x)$ кўпҳаднинг рационал илдизларини ҳисоблаш барчага маълум бўлган қуйидаги теоремага асосланади.

Теорема. Агар қисқармайдиган $\frac{p}{q}$ каср бутун коэффициентли

$F(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+...+a_n, a_0\neq 0, a_n\neq 0$ кўпҳаднинг илдизи бўлса , у ҳолда p

озод ҳад a_n нинг бўлувчиси ва q бош коэффициент a_0 нинг бўлувчиси бўлади.

Бу теорема асосида $F(x)$ кўпҳаднинг рационал илдизларини ҳисоблаш алгоритми қуйидагича бўлади:

1) озод ҳад a_n нинг барча бўлувчилари тўплами P ни тузиш;

2) бош коэффициент a_0 нинг барча бўлувчилари тўплами Q ни тузиш ;

3) P ва Q тўпламлар ёрдамида қисқармайдиган $\frac{p}{q}$ кўринишдаги сонлардан иборат. $K=\left\{\frac{p}{q}; p\in P, q\in Q, (p,q)=1\right\}$ тўпламни тузиш ;

4) K тўплам элементлари орасидан текшириб кўриш усули билан $F(x)$ кўпҳаднинг рационал илдизларини ажратиб олиш.

Бу алгоритмни компьютерсиз бажариш, ҳатто қуйи даражали кўпҳадлар учун ҳам кўп арифметик ҳисоблашларни талаб этади. Бу ҳолни ва кўп математик масалаларни ечиш

кўпҳадларнинг рационал илдизларини аниқлашга олиб келишини эътиборга олиб, юқорида келтирилган алгоритмни компьютерда бажариш дастурини тузамиз:

```
5 REM “F(x)=(B(0)/C(0))*X^N+(B(1)/C(1)*X^(N-1))+…+B(N)/C(N)”
7 REM “кўпҳаднинг рационал илдизларини топиш дастури.”
10 PRINT “ N нинг қийматини киритинг “
15 INPUT N
20 DIM B(N) , C(N) , A(N) , X(N) , P(100) , Q(100)
25 FOR I=0 TO N
30 PRINT “B(“;I;”) ва C(“;I;”) ларнинг қийматини киритинг”
35 INPUT B(I) , C(I)
40 NEXT  I
45 X=C(0): I=1
50 IF I>N THEN 90
55 Y=C(I): M=X
60 IF X=Y THEN 80
65 IF X>Y THEN 75
70 Y=Y-X : GOTO 60
75 X=X-Y : GOTO 60
80 X=(M*C(I))/Y
85 I=I+1 : GOTO 50
90 FOR K=0 TO N
95 A(K)=(X/C(K))*B(K)
100 NEXT K
105 P(0)=A(N) : P(1)=-A (N)
110 I=1 : J=1
115 IF I>ABS(A(N)/2) THEN 145
120 IF INT(A(N)/I)=A(N)/I THEN 130
125 I=I+1 : GOTO 115
130 J=J+2
135 P(J-1)=I : P(J)=-I : I=I+1 :GOTO 115
145 K=J
150 Q(0)=ABC(A(0)): I=1 :J=0
155 IF I>ABC(A(0)/2) THEN 175
160 IF INT (A(0)/I)<>A(0)/I THEN 170
165 J=J+1 : Q(J)=I : I=I+1: GOTO 155
170 I=I+1 : GOTO 155
175 L=J
180 PRINT “Рационал илдизлар : ”
185 J=0
190 FOR S=0 TO L
195 FOR M=0 TO K
200 X=P(M): Y=Q(S)
205 IF X=Y THEN 225
210 IF X>Y THEN 220
215 Y=Y-X : GOTO 205
220 X=X-Y : GOTO 205
225 IF X< >1 THEN 265
230 F=A(0)
235 FOR I=1 TO N
240 F=F*P(M)+A(I)*Q(S)^I
```

```
245 NEXT I
250 IF F< >0 THEN 265
255 PRINT “X(“;J;”)=”;P(M);”/“;Q(S)
260 J=J+1
265 NEXT M
270 NEXT S
275 IF J>0 THEN 285
280 PRINT “Рационал илдизи мавжуд эмас”
285 END
```

Бу дастурнинг бошқа [1-2] дастурлардан афзаллиги шундаки, бу дастур ёрдамида берилган кўпҳаднинг рационал илдизлари тақрибан эмас, балки аниқ ҳисобланади.

Мисол 1. $f(x)=x^3-\frac{3}{5}x^2-\frac{9}{4}x+\frac{27}{20}$ кўпҳаднинг рационал илдизларини ҳисобланг.

Ечиш. Юқорида тузилган дастурни компьютер хотирасига киритиб, қуйидаги ишларни бажарамиз:

```
RUN ↵
N нинг қийматини киритинг  3 ↵
B(I) ва C(I) ларнинг қийматларини киритинг.
? 1,1 ↵
? -3,5 ↵
?-9,4 ↵
? 27,20 ↵
Рационал илдизлар:
X(0)=3/2                X(1)=-3/2               X(2)=3/5
```

Мисол 2. $f(x)=x^4-\frac{1}{6}x^3+\frac{2}{3}x^2-\frac{1}{6}x-\frac{1}{3}$ кўпҳаднинг рационал илдизларини ҳисобланг.

```
RUN ↵   ? 4 ↵ ? 1,1 ↵     ? -1,6 ↵   ? 2,3 ↵?-1,6 ↵     ? -1,3↵
Рационал илдизлар:   X(0)=2/3          X(1)=-1/2
```

Агар юқоридаги дастур ёрдамида n-даражали кўпҳаднинг рационал сонлардан иборат илдизлари ҳисобланган бўлса, у ҳолда бу кўпҳаднинг қолган иррационал сонлардан иборат илдизларини ҳисоблаш масаласини даражаси n дан кичик бўлган кўпҳаднинг илдизларини ҳисоблаш масаласига келтириш мумкин. Бунинг учун кўпҳадни иккиҳадга бўлиш керак бўлади. Бу масала ҳам юқори даражали кўпҳадлар учун кўп ҳисоблаш ишларини талаб қилади. Қуйида кўпҳадни иккиҳадга бўлиш дастурини тузамиз.

$P(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+a_2x^{n-2}+...+a_{n-1}x+a_n$ - кўпҳад берилган бўлсин. Бу кўпҳадни $x-a$ га бўлсак, бўлинма $n-1$ даражали

$$Q(x)=b_0x^{n-1}+b_1x^{n-2}+...+b_{n-2}x+b_{n-1}$$

кўпҳад ва қолдиқ эса ўзгармас сон бўлади. Агар a сон $P(x)$ кўпҳаднинг илдизи бўлса, у ҳолда қолдиқ нолга тенг бўлади ва аксинча. $Q(x)$ кўпҳаднинг коэффициентларини ва қолдиқни ҳисоблаш дастури қуйидагича бўлади.

```
10 REM
15 PRINT “N=? , A=?”
20 INPUT N , A
25 DIM A(N) , B(N)
30 FOR I=0 TO N
35 PRINT “A(“;I;”)=”
40 INPUT A(I)
```

```
45 NEXT I
50 B(0)=A(0) : PRINT  “B(0)=” ; A(0)
55 FOR I=1 TO N-1
 60 B(I)=A*B(I-1)+A(I)
65 PRINT “B(“ ; I ; “)=” ; B(I)
70 NEXT I
75 R=A*B(N-1)+A(N)
80 PRINT “R=” ;R
85 IF R=0 THEN 105
90 PRINT “X=”;A; “ сон берилган кўпҳаднинг илдизи эмас”
100 GOTO 115
105 PRINT “X=”;A;” сон берилган кўпҳаднинг илдизи бўлади”
115 END
```

Мисол 3. $P(x) = 3x^3 - 4x^2 + 5x - 4$ кўпҳадни х-1 га бўлинг.

Ечиш: Юқорида келтирилган дастурни компьютер хотирасига киритиб, қуйидаги ишларни бажарамиз.

RUN ? 3, 1 ↵ A(0)=3 ↵ A(1)=-4 ↵ A(2)=5 ↵ A(3)=-4 ↵

Шундан сўнг экранда қуйидаги натижалар ҳосил бўлади:

B(0)=3, B(1)=-1, B(2)=4, R=0

X=1 сон берилган кўпҳаднинг илдизи бўлади.

Демак, берилган кўпҳадни $x-1$ га бўлсак, бўлинма $Q(x) = 3x^2 - x + 4$ кўпҳадга ва қолдиқ нолга тенг бўлади.

Адабиётлар:

1. Дьяконов. Справочник по алгоритмам и программам на языке БЕЙСИК для персональных ЭВМ.- М.,1989

2. Т.Х.Холматов,Н.И.Тайлақов. Амалий математика, дастурлаш ва компьютернинг дастурий таъминоти.- Т.: Меҳнат, 2000

Андижон давлат университети,
2009 йил 2 мартда қабул қилинган
(Тақризчи: ф.-м.ф.д. Ғ.Мўминов)