ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ИЗОДРОМНОГО РЕГУЛЯТОРА С ПОМОЩЬЮ МАТРИЦЫ ФУНКЦИИ ЛЯПУНОВА

Р.В.Муллажонов, К.Х.Тургунова, Ж.В.Мирзаахмедова

Ушбу мақолада матрицаларни умумлашган транспонирлаш ҳамда Ляпуновнинг матрица функция усули ёрдамида изодром регулятор турғунлигининг етарли шартлари ҳосил қилинган.

Калит сўзлар: *турғунлик, асимптотик турғунлик, матрица функция, Ляпунов функцияси, регулятор, изодром регулятор.*

В статье с помощью матрицы функции Ляпунова и обобщенного транспонирования матриц определены достаточные условия устойчивости изодромного регулятора.

Ключевые слова: *устойчивость, асимптотическая устойчивость, матрица функция, функция Ляпунова, регулятор, изодромный регулятор.*

In this article the authors received sufficient conditions of stability izodromregulator use of Lyapunov matrix functions and transport matrix.

Key words: *stability, asymptotic stability, matrix functions, functions of Lyapunov, regulator, izodromregulator.*

Авиационный турбореактивный двигатель оснащается сложными системами автоматического регулирования и управления. Это в значительной степени облегчает управление двигателем и повышает его эксплуатационную надежность.

Основными частями регулятора являются чувствительный элемент, замеряющий число оборотов ротора, и усилительное устройство (сервомотор), предназначенное для перестановки регулирующего органа в требуемое положение. Настройка регулятора на заданное число оборотов осуществляется с помощью специального механизма, связанного с рычагом управления двигателя в кабине пилота. [1]

Для регулирования числа оборотов двигателя применяются следующие типы регуляторов:

1) регулятор числа оборотов прямого действия (статической регулятор).

Регуляторы прямого действия с изменением высоты или скорости полета не поддерживают число оборотов ротора постоянными. С увеличением высоты полета число оборотов несколько увеличивается, а с повышением скорости полета – несколько уменьшается. Следовательно, у регулятора прямого действия после окончания переходного процесса, вызванного изменением высоты или скорости полета, остается статическая ошибка (остаточная неравномерность регулирования), которая зависит от высоты и скорости полета;

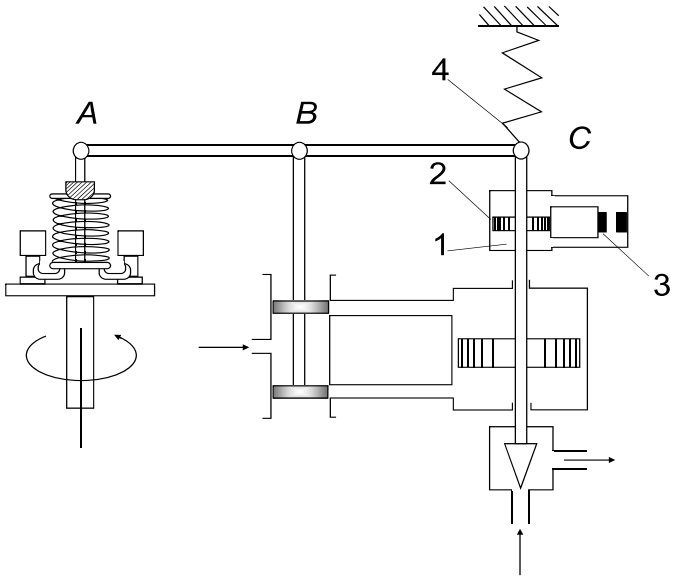
2) регулятор числа оборотов непрямого действия с асимптотическим

сервомотором. У регуляторов оборотов непрямого действия статическая ошибка равна нулю, но в переходном процессе при быстродействующем сервомоторе происходит большой заброс оборотов ротора двигателя. Для уменьшения заброса числа оборотов при сохранении быстродействия сервомотора в регулятор вводят стабилизирующее устройство в виде жестких или гибких обратных связей между сервопоршнем и золотником, которые устраняют колебания переходных процессов;

3) регулятор числа оборотов непрямого действия с изодромной золотниковой обратной связью устраняет статическую ошибку в конце процесса регулирования, вызванного изменением нагрузки (высоты или скорости полета), путем гибкой (изодромной) обратной связи между сервопоршнем и золотником регулятора.

Регулятор состоит из центроизбежного датчика, вращающегося от регулируемого двигателя, пружины центробежника, связанной с рычагом управления двигателя, рычажной системы, золотника, сервомотора с поршнем, связанного с дозирующей иглой специальным устройством под названием катаракт и пружиной рычага АС, работающей как на растяжение, так и на сжатие. Катаракт состоит из поршня 2, связанного с рычагом АС, цилиндра 1, соединенного с поршнем сервомотора. Обе полости цилиндра 1 соединены между собой жиклером 3. (рис)

Схема изодромного регулятора



В начале процесса регулирования изодромный регулятор ведет себя как статический. При перестановке летчиком рычага управления сектора газа на угол, соответствующий определенному режиму работы двигателя, по дроссельной характеристике $G_T f$ *(угол сектора)*, то есть при отклонении двигателя от равновесного режима, например, в сторону увеличения расхода и соответственно увеличения оборотов, золотник сместится вверх и откроет доступ рабочей жидкости в верхнюю полость цилиндра сервомотора. Поршень сервомотора начинает перемещаться вниз и увлекает за собой рычаг АС. Золотник будет приближаться к своем нейтральному положению, как и в регуляторе с жесткой оборотной связью, со свойственной ему статической ошибкой регулирования. Для устранения статической ошибки необходимо, чтобы в конце процесса управления, вызванного изменением нагрузки (высоты или скорости), золотник центробежного датчика вернулся в свое первоначальное положение. Эту задачу и выполняет изодром, так как он процесс регулирования на этом не заканчивает. При движении точки С рычага АС вниз растянется пружина 4, и на поршне 2 катаракта возникнет перепад давления. Под действием этого перепада жидкость через жиклер 3 будет перетекать из верхней полости цилиндра в нижнюю, и растянутая пружина 4, сжимаясь, несколько приподнимает рычаг и золотник, в результате чего поршень сервомотора и дозирующая топливная игла переместятся еще немного. Таким образом, двигатель постепенно будет приближаться к равновесному режиму работы, а статическая ошибка по окончании процесса будет полностью снята. При изменении нагрузки на новом равновесном режиме двигателя золотник и пружина катаракта займут нейтральное положение, поршень сервомотора и дозирующая игла сместятся, и положение поршня катаракта относительно цилиндра изменится.

Система изодромного регулирования в канонических переменных имеет вид [2]

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= -\rho_i x_i + \sigma, \quad i = 1,2,...,n, \\ \dot{\sigma} &= \sum_{i=1}^{n} a_i x_i - p\sigma - f(\sigma), \end{aligned} \tag{1}$$

где $\rho_i > 0,\ p > 0,\ \sigma f(\sigma) > 0,$ при $\sigma \neq 0, \quad f(0) = 0.$ Укажем оценки области значений параметров, для которых состояние $x = 0, \sigma = 0$ системы (1) асимптотически устойчиво. Заметим, что при $\sigma \neq 0$ условие $\sigma f(\sigma) > 0$ можно заменить условием $\dfrac{f(\sigma)}{\sigma} > 0$. Отсюда следует, что скалярная функция $\phi(\sigma) = \dfrac{f(\sigma)}{\sigma} + \varepsilon$, где $\varepsilon > 0$ - достаточно малое число, является строго положительным с порядком строгости $\varepsilon > 0$, т.е. $\min \phi(\sigma) = \varepsilon > 0$.

Систему (1) представим в следующем матричном виде

$$\dot{y} = B_0 y + \phi(\sigma) B_1 y, \quad (2)$$

где $y^T = (x_1, x_2, ..., x_n, \sigma) \in R^{n+1}$, $\phi(\sigma) = \dfrac{f(\sigma)}{\sigma} + \varepsilon$, $\varepsilon \to 0$.

$$B_0 = \begin{pmatrix} A & e \\ a^T & -p+\varepsilon \end{pmatrix}, \quad B_1 = \begin{pmatrix} A_0 & e_0 \\ e_0^T & -1 \end{pmatrix},$$

$$A = diag(-\rho_1, -\rho_2, ..., -\rho_n), \quad e = (1,1,...,1) \in R^n, \; a^T = (a_1, a_2, ..., a_n),$$

$$A_0 = (0) \in R^{n\times n}, \; e_0^T = (0,0,...,0) \in R^n$$

Для системы (2) построим функцию Ляпунова в виде

$$v(y) = y^T P y, \quad (3)$$

где $P = diag(1,1,...,1,\alpha)$, $\alpha = |a_0|^{-1}$, $|a_0| = \max(|a_1|, |a_2|, ..., |a_n|)$

Для производной от функции (3) в силу системы (2) имеем

$$\left(\dot{v}(y)\right)_{(2)} = y^T \left(B_0^T P + P B_0\right) y + \phi(\sigma) y^T \left(B_1^T P + P B_1\right) y \le$$

$$\le \left(\lambda_M \left(B_0^T P + P B_0\right) + \phi(\sigma) \lambda_M \left(B_1^T P + P B_1\right)\right) \|y\|^2 .$$

Заметим, что $\lambda_M \left(B_1^T P + P B_1\right) = 0$. Для определения знака $\lambda_M \left(B_0^T P + P B_0\right)$ вычислим главные маноры матрицы $B_0^T P + P B_0$:

$$\Delta_1 = -2\rho_1 < 0, \; \Delta_2 = 4\rho_1\rho_2 > 0, ..., \Delta_n = (-1)^n 2^n \prod_{i=1}^{n} \rho_i,$$

$$\Delta_{n+1} = \left|B_0^T P + P B_0\right| = (-1)^n 2^{n+1} \rho_1^2 \rho_2^2 .... \rho_{n-1}^2 \rho_n \left(-p + \varepsilon + \sum_{i=1}^{n} \frac{(1+\alpha a_i)^2}{4\rho_i \alpha}\right)$$

Отсюда следует, что при четном n $\Delta_{n+1} < 0$, а при нечетном n $\Delta_{n+1} > 0$, т.е.

$$-p + \varepsilon + \sum_{i=1}^{n} \frac{(1+\alpha a_i)^2}{4\rho_i \alpha} < 0$$

то $\lambda_M (B_0^T P + P B_0) < 0$ или $\left(\dot{v}(y)\right)_{(2)} < 0$, т.е. функция $\left(\dot{v}(y)\right)_{(2)}$ отрицательно определенная и состояние равновесия $y = 0$ системы (2) асимптотически устойчиво при условии

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{(1+\alpha a_i)^2}{4\rho_i \alpha} < p - \varepsilon \quad (4)$$

Если учесть, что $\varepsilon \to 0$, то условие (4) можно заменить условием

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{(1+\alpha a_i)^2}{4\rho_i \alpha} < p \;\text{ или }\; \sum_{i=1}^{n} \frac{\left(1 + \dfrac{a_i}{|a_0|}\right)^2}{4\rho_i} \le p \quad (5)$$

Так как

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\left(1 + \dfrac{a_i}{|a_0|}\right)^2}{4\rho_i} \le |a_0| \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\rho_i},$$

то ограничениями на параметры, при которых состояние $y = 0$ (или $x = 0, \sigma = 0$) асимптотически устойчиво, будут

$$|a_0| \le p\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\rho_i}\right)^{-1}, \quad (6)$$

где $|a_0| = \max(|a_1|,|a_2|,...,|a_n|)$.

Литература:

1. Груйич Л.Т., Мартынюк А.А., Риббенс – Павелла М. Устойчивость крупномасштабных систем при структурных и сингулярных возмущениях. - Киев: Наукова думка, 1984. - 307 с.

2. Летов А.М. Устойчивость нелинейных регулируемых систем. - М.: Физматгиз, 1962. - 484 с.

3. Мартынюк А.А., Миладжанов В.Г. Достаточные условия абсолютной устойчивости крупномасштабных систем при структурных возмущениях // Автоматика. - 1991. - № 5. - С. 31-38.

4. Миладжанов В.Г., Муллажонов Р.В. Анализ устойчивости динамической системы на основе матриц – функций Ляпунова.- Ош, 2005.

5. Муллажонов Р.В. Обобщенное транспонирование матриц и структуры линейных крупномасштабных систем // Док.НАН Украины – 2009. - №11.

6. Муллажонов Р.В. Анализ устойчивости линейных крупномасштабных систем. // Проблемы механики.- № 2.- Ташкент, 2010.

Андижон давлат университети
2015 йил 8 апрелда қабул қилинган
(Тақризчи: проф. Ғ.Мўминов)