# ОДНОФОТОННОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ ПОЛЯРИЗОВАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ С ГОРБООБРАЗНОЙ ЗОННОЙ СТРУКТУРОЙ

**Б.А.МАМАДАЛИЕВ, И.Н.КАРИМОВ, В.Р.РАСУЛОВ, Р.Я.РАСУЛОВ, И.ЭШБОЛТАЕВ**

*Мақолада ўтказувчан зонанинг пастки тармоғи "ўркачсимон"лигини ҳисобга олган ҳолда n-GaP қутбланган нурланиши бир фотонли ютилиш коэффициентининг спектрал ва температуравий боғлиқлиги ҳисобланган. Спектрал боғлиқликнинг бундай ўзак хусусияти нур n-GaP нинг бош ўқига кўндаланг ёйилганида мумкинлиги кўрсатилди.*

***Калит сўзлар:*** *спектр, фотон, ютилиш, яримўтказгич, зона, структура, n-GaP, бир фотонли, нурланиш, ўтказувчанлик, температура.*

*Получены спектральная и температурная зависимости коэффициента однофотонного поглощения поляризованного излучения n-GaP с учетом "горба" нижней подзоны зоны проводимости. Указано на возможность корневой особенности в спектральной зависимости тогда, когда свет распространяется поперек к главной оси n-GaP.*

***Ключевые слова:*** *спектр, фотон, поглощение, полупроводник, зона, структура, n-GaP, однофотонный, излучение, проводимость, температура.*

*Spectral and temperature dependences of factor of one-photon absorbtion of the polarised radiation n-GaP taking into account "camel's back" structure of the bottom subband of conductivity zone are received. It is specified in possibility root feature in spectral dependence when light extends across to the main symmetry axis n-GaP.*

***Key words:*** *Spectral, temperature, n-GaP, structure, zone, semiconductors, one-photon*.

---

Известно, что интерес к линейному (также и к нелинейному) поглощению света в полупроводниках со сложной зонной структурой не ослабевает и в настоящее время, т.к. этот механизм поглощения света является идеальным для создания как объемных полупроводниковых, так и размерно квантованных структурных фотоприемников инфракрасного (ИК) излучения в очень широком диапазоне частот [1, 2].

Поэтому ниже рассмотрим однофотонное поглощение поляризованного света в полупроводниках типа n-GaP с энергией фотона $\hbar\omega$, удовлетворяющей неравенствам $\hbar\omega << \Delta E$, где $\Delta E$ - энергетическая разность двух-близкорасположенных подзон зоны проводимости. При этом оптическое поглощение можно рассматривать в рамках эффективного гамильтониана $H\left(\vec{k}\right)$ [3-8], заменяя в нем $\vec{k}$ на $\vec{k} = -i\vec{\nabla} - \frac{e}{c\hbar}\vec{A}$, где $\vec{A} = A_0(\vec{e}e^{i\vec{\aleph}\vec{r}-i\omega t} + \vec{e}^{*}e^{-i\vec{\aleph}\vec{r}+i\omega t})$, $A_0$ – амплитуда векторного потенциала электромагнитной волны, $\vec{\aleph}\left(\hbar\omega\right)$ - волновой вектор (энергия) фотона.

**Электронные состояния в GaP.** Поскольку для изучения оптических и фотогальванических свойств требуется знать зонную структуру полупроводника (см., например,[6-9]), то сначала более подробно изучим электронные свойства полупроводника, например, фосфида галлия. Для этого постараемся подойти к зонной структуре GaP, отталкиваясь от зоны $X_1$ кремния [5]. Замена в элементарной ячейке двух атомов кремния на атомы галлия и фосфора снимает центр пространственной инверсии, в результате чего точечная группа $F_X$ в точке $X$ изменяется от $D_{4h}$ к $D_{2d}$. Проективное представление $X_1$ группы $D_{4h}$ переходит в представление ($X_1$ +$X_3$) группы $D_{2d}$ (см., например, таблицы 11,1, 11,2 и 11,4 работы [5]).

Если представить периодический потенциал $V(\vec{r})$ в кристалле со структурой цинковой обманки в виде суммы четной $V^{(+)}(\vec{r})$ и нечетной $V^{(-)}(\vec{r})$ (по отношению к трансляции на базисный вектор) составляющихся, за счет нечетной составляющей состояния $X_1$ и $X_3$ расщепляются. Тем не менее естественно ожидать, что энергетическое расстояние между этими состояниями меньше энергетического расстояния в точке $X$ между ними и состояниями в других зонах. И действительно, в GaP $E_{X_1} - E_{X_3} = 0{,}355eV$, $E_{X5} - E_X \rangle 4eV$.

Для удобства перейдем к базису:

$\psi_1' = \left(\psi_1^{(X)} + i\psi_2^{(X)}\right)/\sqrt{2}$, $\psi_2' = \left(i\psi_1^{(X)} + \psi_2^{(X)}\right)/\sqrt{2}$ или

$\psi_j' = \sum S_{ij}\psi_i^{(X)}$, $\hat{S} = (\hat{I} + i\hat{\sigma}_x)/\sqrt{2}$. Функции $\psi_1'$ и $\psi_2'$ относительно элементов группы $D_{2d}$ преобразуются по представлениям $X_1$ и $X_3$. Тогда в таком базисе эффективный гамильтониан электронов определяется соотношением

$$\hat{H}\left(\vec{k}\right) = \hat{S}^{-1}\hat{H}_X^{(2)}\left(\vec{k}\right)\hat{S} = \hat{\hat{I}}\left(Ak_z^2 + Bk_\perp^2\right) + \hat{\hat{\sigma}}_z\frac{\Delta}{2} + \hat{\hat{\sigma}}_x Dk_x k_y - \hat{\hat{\sigma}}_y Pk_z, \tag{1}$$

В общем случае метод инвариантов для двух близкорасположенных зон $X_1$ и $X_3$ в кристаллах со структурой цинковой обманки дает в квадратичном по волновому вектору электронов приближении

$$\hat{H} = \begin{bmatrix} A_3k_z^2 + B_3k_\perp^2 + \dfrac{\Delta}{2} & Dk_xk_y + iPk_z \\ Dk_xk_y - iPk_z & A_1k_z^2 + B_1k_\perp^2 - \dfrac{\Delta}{2} \end{bmatrix} \tag{2}$$

где $k_\perp^2 = k_x^2 + k_y^2$, $A_{3,1}, B_{3,1}, D, P$ зонные параметры GaP[1]. Отметим, что в диагоналях должны стоят четные функции $k$, инвариантные к преобразованиям группы $D_{2d}$: на не диагоналях стоят величины, преобразующие как $z$, причем квадрат модуля недиагонального элемента, из- симметрии к инверсии времени) должны быть четной функцией $\vec{k}$.

Учитывая различия между (1) и (2) только в нулевом приближении по $\vec{k}$, получаем

$$A_3 = A_1 = A, \quad B_1 = B_3 = B. \tag{3}$$

Теперь проанализируем (2) в приближении (3) при $D = 0$. Мы приведем сводку формул, получающихся элементарно, например, энергетический спектр электронов в подзонах $X_1$ и $X_3$ имеет вид

$$E_{X_3,X_1} = \lambda_\pm \pm \varepsilon, \tag{4}$$

где $\varepsilon = \left[P^2k_z^2 + \Delta^2/4\right]^{1/2}$, $\lambda_\pm = Ak_z^2 \pm Bk_\perp^2$, $\Delta$ -энергетическая щель между подзонами, знак “+” соответствует подзоне $X_1$, а “-” подзоне $X_3$. Нетрудно убедится в том, что подзона $X_3$ имеет “горбообразную” структуру и она исчезает тогда, когда считаем, что $D = 0, P = 0$. Если считаем, что $k_\perp = 0$ и $E_{X_3,X_1} = Ak_z^2 \pm \left[P^2k_z^2 + \Delta^2/4\right]^{1/2} = , = A\left(k_z \pm k_0\right)^2 - Ak_0^2$ тогда имеем $k_0 = \dfrac{P}{2A}\sqrt{1-(\Delta/\Delta_0)^2}$ при $\Delta\langle\Delta_0$ и $k_0 = 0$ при $\Delta\rangle\Delta_0$, где $\Delta_0 = P^2/\Delta$. Тогда, в частности, $m_{ll}(k_0) = \hbar^2\left(\dfrac{\partial^2 E_{X_3}}{\partial k_z^2}\right)^{-1} = m_{ll}\left(1-(\Delta/\Delta_0)\right)^2$.

Если (1) представим как $\hat{\mathcal{H}} = \lambda_1 \cdot \hat{1} + \vec{G}\vec{\sigma}$ (тогда $E_{1,3} = \lambda_1 \mp \sqrt{|G|}, |G|^2 = G_x^2 + G_y^2 + G_z^2$) собственные столбцы матрицы $\mathcal{H}$ можно представить как

$$\hat{\hat{C}}_1 = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}, \ \hat{\hat{C}}_3 = \begin{bmatrix} C_2^* \\ -C_1^* \end{bmatrix}, \tag{5}$$

где $\hat{\sigma}_\alpha\left(\alpha = x, y, z\right)$ - матрицы Паули, $C_1 = \dfrac{G_x - iG_y}{(2|G|(G_z + |G|))^{1/2}}$, $C_2 = \dfrac{G_z + |G|}{G_x - iG_y}C_1$. При этом $\hat{C}_i^+\hat{C}_j = \delta_{ij}$.

Отсюда следует, что собственные столбцы $\hat{\hat{C}}_i$ ($i$= 1,3) гамильтониана (2) определяются формулой (5) с

$$C_2 = \frac{-iPk_z - D'k_xk_y}{[2\varepsilon(\varepsilon + \Delta/2)]^{1/2}}, \quad C_1 = \frac{\varepsilon + \Delta/2}{[2\varepsilon(\varepsilon + \Delta/2)]^{1/2}} = \left[\frac{\varepsilon + \Delta/2}{2\varepsilon}\right]^{1/2}. \tag{6}$$

[1] Именно слагаемые, пропорциональные на ответственны за появление фотогальванических эффектов, зависящих от степени поляризации возбуждающего света.

При исследовании циклотронного резонанса Н.Миура и др.(см., например, [3]) получили следующий набор параметров для GaP: $\Delta = E_{X_1} - E_{X_3} = 0{,}355\,eV$, $\Delta_0 = 0{,}433\ eV$, $m_\perp = 0{,}25\ m_0$, $m_{II} = 0{,}91\,m_0$, $m_\perp / m_{II} = 3.6$, $m_{II}(k_0) = 10.9$.

При расчетах тока линейного фотогальванического эффекта и эффекта фотонного увлечения ограничивается вклад в фототок, где волновые вектора электронов лежат в области $|D'k_x k_y| << \Delta$, $Pk_z$ и $\Delta > k_B T$. Поэтому величину $Dk_x k_y$ учитываем только в межзонном матричном элементе оператора импульса, поскольку именно она ответственна за появление как баллистического, так и сдвигового ЛФГЭ в *n*-GaP. Тогда

$$\vec{e}\vec{p}_{31} = \frac{m_0}{\hbar}\left\langle X_3 \left| \vec{\nabla}_{\vec{k}} H \right| X_1 \right\rangle = \frac{m_0}{\hbar}[\sigma_y^{(31)} P e_z + D\sigma_x^{(31)}(e_x k_y + e_y k_x)],$$

$$\sigma_x^{(31)} = |C_2|^2 - |C_1|^2, \quad \sigma_y^{(31)} = -i(|C_1|^2 + |C_2|^2) = -i = (\Delta/2\varepsilon), \tag{7}$$

В сферическом приближении энергетический спектр имеет

$$E_{X_3, X_1} = Ak_z^2 + Bk_\perp^2 \pm \frac{\Delta}{2}\cdot \tag{8}$$

**Коэффициент поглощения света в n-GaP.** Для расчета $K(\omega, T)$ коэффициента поглощения линейно поляризованного света выберем следующую геометрию опыта $\vec{e} = (0,0,e_z)$, т.е. свет распространяется поперек главной оси симметрии n-GaP. Тогда

$$K(\omega, T) = \frac{\hbar\omega}{I}\left(\frac{eA_0}{c\hbar}\right)^2 \sum_{\vec{k}} |\vec{e}\vec{p}_{31.}|^2 f(E_{1\vec{k}})\delta(E_{3\vec{k}} - E_{1\vec{k}} - \hbar\omega), \tag{8}$$

где

$$\vec{e}\vec{p}_{31.} = \frac{m_0}{\hbar}\left\langle X_3 \left| \vec{\nabla}_{\vec{k}} \hat{H}(\vec{k}) X_1 \right\rangle = \frac{m_0}{\hbar}\left[ iPe_z + \eta D(e_x k_y + e_x k_y) \right] \right. \tag{9}$$

– межподзонный матричный элемент оператора импульса, $f(E_{1\vec{k}})$-функция распределения электронов с энергией $E_{1\vec{k}}$, остальные величины общеизвестны.

Для расчета $K(\omega, T)$ коэффициента поглощения линейно поляризованного света выберем следующую геометрию опыта $\vec{e} = (0,0,e_z)$, т.е. свет распространяется поперек к главной оси симметрии n-GaP. Тогда

$$K(\omega, T) = \frac{\hbar\omega}{I}\left(\frac{eA_0}{c\hbar}\right)^2 \sum_{\vec{k}} |\vec{e}\vec{p}_{31.}|^2 f(E_{1\vec{k}})\delta(E_{3\vec{k}} - E_{1\vec{k}} - \hbar\omega), \tag{10}$$

где

$$\vec{e}\vec{p}_{31.} = \frac{m_0}{\hbar}\left\langle X_3 \left| \vec{\nabla}_{\vec{k}} \hat{H}(\vec{k}) X_1 \right\rangle = \frac{m_0}{\hbar}\left[ iPe_z + \eta D(e_x k_y + e_x k_y) \right] \right. \tag{11}$$

– межподзонный матричный элемент оператора импульса, $f(E_{1\vec{k}})$-функция распределения электронов с энергией $E_{1\vec{k}}$, остальные величины общеизвестные. Тогда нетрудно получить, что

$$K_{II}(\omega, T) = \frac{1}{2}\frac{e^2}{c\hbar}\frac{1}{n_\omega}\frac{k_B T}{B}\exp\left(\frac{E_F}{k_B T}\right)\frac{1}{k_{z0}}\exp\left(\frac{\hbar\omega - 2Ak_{z0}^2}{k_B T}\right), \tag{12}$$

где $k_{z0} = \frac{\Delta}{2P}\left[\left(\frac{\hbar\omega}{\Delta}\right)^2 - 1\right]^{1/2}$, $n_\omega$-коэффициент преломления света n-GaP. Отсюда видно, что в спектральная зависмость $K_{II}(\omega, T)$ обратно пропорциональна $k_{z0}$ и поэтому она имеет корневую особенность типа $\left[\left(\frac{\hbar\omega}{\Delta}\right)^2 - 1\right]^{-1/2}$ при $\hbar\omega \to \Delta$, которая возникает из-за “горба” нижней подзоны $X_1$[1]. Если свет распространяется вдоль главной оси симметрии n-GaP, тогда

[1] Такая корневая особенность в спектральной зависимости тока эффекта фотонного увлечения наблюдалось в n-GaP как экспериментально, так и теоретически (см., например, [10]).

$$K_{\perp}(\omega,T)=\frac{1}{8}\frac{e^2}{c\hbar}\frac{1}{n_{\omega}}\left(\frac{k_BT}{B}\right)^2\frac{D^2}{P^2}\frac{\Delta}{\hbar\omega}\exp\left(\frac{E_F}{k_BT}\right)\exp\left(\frac{\hbar\omega-2Ak_{z0}^2}{k_BT}\right)$$

и вышеуказанной корневой особенности нет. Это связано с отсутствием “горба” в подзонах $X_1$и $X_3$ поперек главной оси симметрии в n-GaP[1].

Тогда суммарный коэффициент поглощения линейно-поляризованного света определяется как

$$K_{\perp}(\omega,T)=K_{\text{II}}(\omega,T)+2K_{\perp}(\omega,T)$$

Из последних соотношений нетрудно численно проанализировать спектральные и температурные зависимости коэффициентов поглощения света, которые не приводим из-за отсутствия экспериментальных данных.

## Литература:

1. Международные зимние школы по физике полупроводников С.-Петербург – Зеленогорск, 2–5 марта,-2001; 1–4 марта,-2002; 28 февраль-03.03 март, -2003; 28 февраль-03.03 март,-2005; ФТИ им. А. Ф.Иоффе РАН.

2. 6th, 7th, 8th, 9th, 10th International Symposium of Nanostructures Physics and Technology (St Peterse burg, Russia, 22-26 June-1998; St Petersburg, June 14-18,-1999; St Petersburg, June 19-23,-2000; St Petersburg, June 18–22,-2001; St Petersburg, June 17–21,-2002).htm

3. Бир Г.Л., Пикус Г.Е. Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках. – М.: Наука, -1972.

4. G.Pikus, E.Ivchenko. Superlattices and Other Heterostructures: Symmetry and Optical Phenomena, Springer Series in Solid-State Sciences,-V. 110., Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, – 1995,-657 p.; second edition 1997.

5. Ивченко Е.Л., Расулов Р.Я. Симметрия и реальная зонная структура полупроводников. Ташкент. “Фан”. -1989

6. E.L.Ivchenko. Optical Spectroscopy of Semiconductor Nanostructures / E.L. Ivchenko. - Harrow : Alpha Science International Ltd. , 2005. – XII

7. Ивченко Е.Л., Расулов Р. Я. Оптические явления в полупроводниках. Фергана. Лаборатория оперативной печати при ФерГУ. 1989

8. Расулов Р. Я. Линейно- циркулярный дихроизм при многофотонном межподзонном поглощении в полупроводниках // ФТТ. – 1992. – Т.35. – В.6. – С. 52-57.

9. Eski T., Rasulov R.Ya, D. Kambarov. The Optical and Photoelectric Phenomena in Semiconductors Quantum Wells. // Abstracts the 9th Seoul International Symposium on the Physics of Semiconductors and Applications. November 6-7. 1998. Pb. 28.

10. Gibson A.F., Hatch C.B., Kimmit M.P., Kothari S., Serafetinides A. Optical Rectification and Photon-Drag in n-Type Gallium Phosphyde // J.Phys. C. Sol. St. Phys. – 1977. – V.10. – № 6.– P. 905-916.

*Фарғона давлат унитверситети,*
*Андижон давлат университети,*
*2013 йил 6 сентябрда қабул қилинган*
*(Тақризчи: доц. М.Носиров)*

[1] Здесь не учтена зависимость коэффициентов преломления от выбранной геометрии опыта.