ЭЛЕКТРОННЫЕ СВОЙСТВА ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ СТРУКТУР С АСИММЕТРИЧНЫМИ ПРЯМОУГОЛЬНЫМИ ПОТЕНЦИАЛЬНЫМИ ЯМАМИ И БАРЬЕРАМИ

И.Н.Каримов, В.Р.Расулов

Айрим хусусиятлари аниқ бир йўналишда даврий ўзгарувчи муҳитда электронли тўлқинларнинг хоссалари назарий ўрганилган. Бу масаланинг ҳал этилишида бир электронли стационар Шредингер тенгламаси ечилган, унинг ечимларига асосланган ҳолда ток ташувчиларнинг эластик сочилиши ва туннелланиши назарий таҳлил қилинган.

In this article the author tries to study from the theoretical point of view the peculiarities of the electronic waves in a definite direction in the periodically changeable environment. In the solution of this problem one electronic stationary Sredinger's equation has been solved and on the basis of this solution description of elastic dispersion and tunnelling processes of carriers of electric energy have been analysed from the theoretical point of view.

Ниже рассмотрим общие вопросы распространения электронных волн в среде, свойства которой меняются только вдоль определенного направления. Подход основан на использовании одноэлектронного стационарного уравнения Шрёдингера для описания процессов упругого рассеяния, и в том числе туннелирования невзаимодействующих бесспиновых частиц при условии сохранения их полной энергии.

1.1. Общие соотношения

Современная технология дает возможность получения полупроводниковых слоев с произвольным профилем изменения состава (структуры с квантовой ямой) для улучшения характеристик приборов, полученных на их основе. В этом случае задача электронных состояний сводится к рассмотрению проблемы поведения частицы в прямоугольных потенциальных ямах, между двумя соседними которых имеется потенциальная яма, описываемая соотношением

$$U(x)=\begin{cases} U_j & \text{ïðè}\quad x\langle x_j, \\ U_{j+1} & \text{ïðè}\quad x_{j+1}\langle x\langle x_{j+2}, \\ U_{j+2} & \text{ïðè}\quad x_{j+2}\langle x\langle x_{j+3}, \\ U_{j+3} & \text{ïðè}\quad x_{j+3}\langle x\langle x_{j+4}, \\ U_{j+4} & \text{ïðè}\quad x\rangle x_{j+4}... \end{cases} \qquad \textbf{(1.1)}$$

Здесь отметим, что для создания нового поколения резонансно-туннельных диодов, гетеролазеров с разделенными электронным и оптическим ограничением применяются структуры с прямоугольными размерно-квантованными ямами, в центре которых имеется дополнительный энергетический провал. Такая структура описывается потенциалом (1.1), где надо считать, что

$$U_j, U_{j+4}\rangle 0,\ U_{j+1}, U_{j+3}=0, U_{j+2}\langle 0 \text{ (рис.1.1).}$$

Наноструктуры, выращенные на основе узкозонного полупроводника между двумя слоями широкозонного материала, описываются как структура с асимметричными прямоугольными потенциальными барьерами, т.е. с потенциалом (1.1), где $U_j, U_{j+2}\rangle 0,\ U_{j+1}, U_{j+3}, U_{j+4}=0$ (рис.1.2).

В этом случае решение стационарного уравнения Шреденгера с потенциалом (1.1) выберем как:

$$\psi_j(x)=A_j e^{(ik_j x)}+B_j e^{(-ik_j x)}, \text{ (1.2)}$$

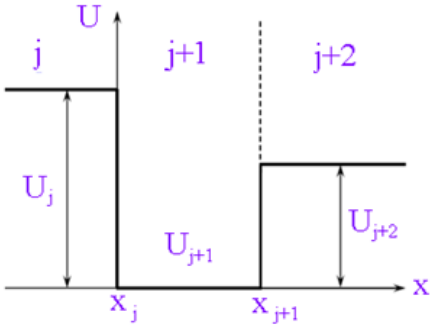

Рис.1.1. Асимметричная структура с одной потенциальной ямой.

где $k_j(x)=k_j=\sqrt{\frac{2m_j}{\hbar^2}\left(E-U_j\right)}$, $j=1,2,3,\ldots$.При дальнейших расчетах считаем, что эффективные массы электронов не одинаковы в различных областях. Поэтому, при решении уравнения Шредингера с потенциалом (1.1) учтем условия Бастарда (см., например, [1]), т.е.

$$\psi_j(x=x_j)=\psi_{j+1}(x=x_j)\ ,\ \frac{1}{m_j}\frac{\partial\psi_j(x)}{\partial x}\bigg|_{x=x_j}=\frac{1}{m_{j+1}}\frac{\partial\psi_{j+1}(x)}{\partial x}\bigg|_{x=x_j} \quad .(1.3)$$

Подставляя (1.2) в (1.3) нетрудно получить следующую линейную комбинацию амплитуд электронных де-бройловских волн

$$\begin{aligned}2A_j&=\left(1+\frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j}\right)A_{j+1}e^{(i(k_{j+1}-k_j)x_j)}+\left(1-\frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j}\right)B_{j+1}e^{(-i(k_{j+1}+k_j)x_j)},\\ 2B_j&=\left(1-\frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j}\right)A_{j+1}e^{(i(k_{j+1}+k_j)x_j)}+\left(1+\frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j}\right)B_{j+1}e^{(-i(k_{j+1}-k_j)x_j)}.\end{aligned} \quad (1.4)$$

Здесь $\tilde{k}_j=k_j/m_j$. Для упрощения дальнейших вычислений введем матрицу переноса, удовлетворяющую следующее равенство

$$\begin{bmatrix}A_j\\B_j\end{bmatrix}=\hat{T}^{(j,j')}\begin{bmatrix}A_{j'}\\B_{j'}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}T_{11}^{(j,j')} & T_{12}^{(j,j')}\\ T_{21}^{(j,j')} & T_{22}^{(j,j')}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}A_{j'}\\B_{j'}\end{bmatrix}, \quad (1.5)$$

где матричные элементы в случае $j'=j+1$

$$\begin{aligned}&T_{11}^{(j,j+1)}=\frac{1}{2}\left(1+\frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j}\right)e^{(i(k_{j+1}-k_j)x_j)},T_{12}^{(j,j+1)}=\frac{1}{2}\left(1-\frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j}\right)e^{-i(k_{j+1}+k_j)x_j},\\ &T_{21}^{(j,j+1)}=T_{12}^{(j,j+1)*},T_{22}^{(j,j+1)}=T_{11}^{(j,j+1)*}.\end{aligned} \quad (1.6)$$

Заметим, что матрица $T^{(j,j+1)}$ удовлетворяет следующему соотношению

$$T_{11}^{(j,j+1)}=T_{22}^{(j,j+1)*},\ T_{12}^{(j,j+1)}=T_{21}^{(j,j+1)*},T_{11}^{(j,j+1)}T_{22}^{(j,j+1)}-T_{21}^{(j,j+1)}T_{12}^{(j,j+1)}=\tilde{k}_{j+1}/\tilde{k}_j \quad (1.7)$$

матрица $T^{(j,j+1)}$ становится униполярной в случае $\tilde{k}_{j+1}=\tilde{k}_j$, т.е. для симметричных структур [1], когда одинаковы высота потенциальных барьеров и эффективные массы электронов.

1.2. Электронные свойства структуры с одним потенциальным барьером

Теперь рассмотрим конкретный случай: пусть трехслойная структура имеет в середине один потенциальный барьер (рис.1,3). Тогда коэффициенты отражения $\left(r_{j,j+2}\right)$ потенциального барьера и прохождение $\left(t_{j,j+2}\right)$ через него[1], введенные как отношения плотности потоков вероятности в отраженной и прошедшей де-бройловские волны электронов в падающей волне, в формализме матрицы переноса, имеют вид:

$$t_{j,j+2}=\frac{k_{j+2}}{k_j}\frac{\left|A_{j+2}\right|^2}{\left|A_j\right|^2}=\frac{k_{j+2}}{k_j}\frac{1}{\left|T_{11}^{j,j+2}\right|^2}=1-r_{j,j+2}, \qquad (1.8)$$

$$r_{j,j+2}=\frac{\left|B_j\right|^2}{\left|A_j\right|^2}=\frac{\left|T_{21}^{j,j+1}\right|^2}{\left|T_{11}^{j,j+1}\right|^2}=1-$$

$$-\frac{4\dfrac{k_{j+2}}{k_j}\dfrac{m_j}{m_{j+2}}}{\left(1+\dfrac{k_{j+2}}{k_j}\dfrac{m_j}{m_{j+2}}\right)^2-\left(1-\dfrac{k_{j+1}}{k_j}\dfrac{m_j}{m_{j+1}}\right)^2\left(1-\dfrac{k_{j+2}}{k_{j+1}}\dfrac{m_{j+1}}{m_{j+2}}\right)^2}\text{s} \qquad 1.9)$$

где считали, что перенос происходит по схеме $j\to j+1\to j+2$. Тогда матричные элементы матрицы переноса $T^{(j,j+2)}=T^{(j,j+1)}T^{(j+1,j+2)}$:

$$T_{11}^{(j,j+2)}=T_{11}^{(j,j+1)}T_{11}^{(j+1,j+2)}+T_{12}^{(j,j+1)}T_{21}^{(j+1,j+2)}=\left(4\tilde{k}_j\tilde{k}_{j+1}\right)^{-1}e^{(i(k_{j+2}x_{j+1}-k_jx_j))}\times$$
$$\times\left\{\left(\tilde{k}_j+\tilde{k}_{j+1}\right)\left(\tilde{k}_{j+1}+\tilde{k}_{j+2}\right)e^{\left[-ik_{j+1}(x_{j+1}-x_j)\right]}+\left(\tilde{k}_j-\tilde{k}_{j+1}\right)\left(\tilde{k}_{j+1}-\tilde{k}_{j+2}\right)e^{\left[ik_{j+1}(x_{j+1}-x_j)\right]}\right\},$$
$$T_{12}^{(j,j+2)}=T_{12}^{(j,j+1)}T_{22}^{(j+1,j+2)}+T_{11}^{(j,j+1)}T_{12}^{(j+1,j+2)}==\left(4\tilde{k}_j\tilde{k}_{j+1}\right)^{-1}e^{(-i(k_{j+2}x_{j+1}-k_jx_j))}\times$$
$$\times\left\{\left(\tilde{k}_j-\tilde{k}_{j+1}\right)\left(\tilde{k}_{j+1}+\tilde{k}_{j+2}\right)e^{\left[ik_{j+1}(x_{j+1}-x_j)\right]}+\left(\tilde{k}_j+\tilde{k}_{j+1}\right)\left(\tilde{k}_{j+1}-\tilde{k}_{j+2}\right)e^{\left[-ik_{j+1}(x_{j+1}-x_j)\right]}\right\},$$
$$T_{11}^{(j,j+2)}=T_{22}^{(j,j+2)*},\ T_{21}^{(j,j+2)}=T_{12}^{(j,j+2)*}.$$

В заключение отметим:

1. Коэффициент $t_{j\to j+2}$ инвариантен преобразованию $j\leftrightarrow(j+2)$. Это означает, что коэффициент прохождения не зависит от того, с какой стороны налетают электроны на потенциальный барьер.

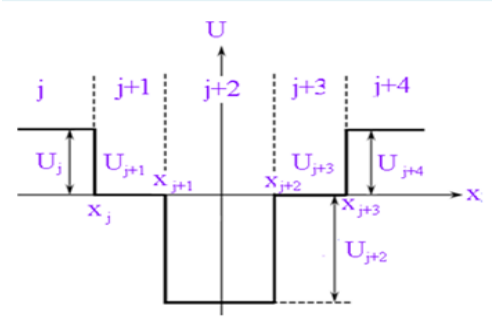

Рис.1.2. Структура с асимметричными прямоугольными потенциальными барьерами

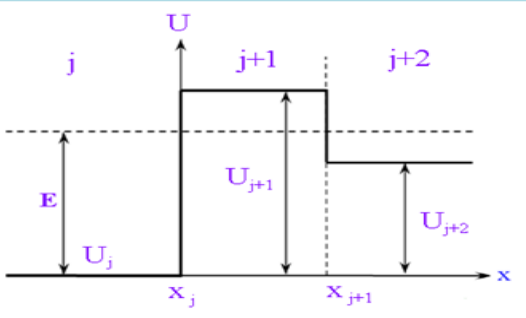

Рис.1.3. Структура с одним потенциальным барьером.

[1] Т.е. переход электронов из области j в область $j+2$ через потенциальный барьер $j+1$.

2. Коэффициенты $t_{j\to j+2}$ и $r_{j\to j+2}$ верны как для надбарьерного $\left(E\rangle U_j\right)$, так и для подбарьерного $\left(E\langle U_j\right)$ прохождения электронов. В последнем случае удобно использовать преобразования типа $\widetilde{k}_{m+n}=i\widetilde{\kappa}_{m+n}$, $\widetilde{k}_m\pm\widetilde{k}_{m+n}=\sqrt{\left(\widetilde{k}_m\right)^2\pm\left(\widetilde{\kappa}_{m+n}\right)^2}e^{\pm i\varphi_{m,m+n}}$ тогда, когда $\widetilde{k}_m$-вещественная, а $\widetilde{k}_{m+n}$-мнимая величина, где $arctg\left(\varphi_{m,m+n}\right)=\dfrac{\widetilde{\kappa}_{m+n}}{\widetilde{k}_m}$. Тогда, следует отметить, что при переходе из одной области в другую в электронных волнах должно происходит смещение по фазе, связанное с не совпадением фаз волн, распространяющихся в различных, но соседних областях.

3. Если для симметричной структуры с $U_j=U_{j+2}$ имеем

$$t_{j\to j+2}=4\left\{\left(1+\frac{m_j}{m_{j+2}}\right)^2\left[\left(1-\frac{k_j m_{j+1}}{k_{j+1}m_j}\right)\left(1-\frac{k_{j+1}^2}{k_j^2}\frac{m_j}{m_{j+1}}\right)\sin\left[k_{j+1}\left(x_{j+1}-x_j\right)\right]\right]^2\right\}^{-1}. \qquad (1.10)$$

4. В асимметричной (и в симметричной, но с различными эффективными массами электронов в различных областях (слоях)) структуре должна наблюдаться осцилляция в спектральной зависимости как коэффициента $t_{j\to j+2}$, т.е. в эффекте туннелирования, так и в коэффициенте прозрачности потенциального барьера. Эта осцилляция обусловлена интерференцией волн отраженных от потенциального барьера, и ее амплитуда определяется разностью между волновыми векторами электронов, находящихся в потенциальном барьере и в соседних ему потенциальных ямах, т.е. $\left(\widetilde{k}_{j+1}-\widetilde{k}_j\right)$ и $\left(\widetilde{k}_{j+2}-\widetilde{k}_{j+1}\right)$.

Отметим лишь, что такое интерференционное явление не исчезает даже в симметричной структуре из-за разности эффективных масс электронов, находящихся в её различных областях.

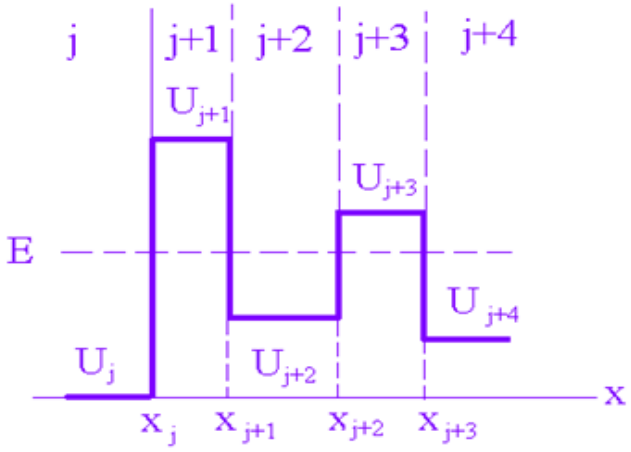

Рис.1.4. Асимметричная структура с двумя потенцильными барьерами

Обсуждение полученных нами результатов начнем с выражения для $T_{11}^{(j,j+4)}$, где считаем, что $j+1, j+3$ области многослойной структуры являются потенциальными барьерами (остальные потенциальные ямы). Если, в этом случае, области $j, j+2, j+4$ размерно-квантованы, тогда прозрачность потенциальных барьеров структуры определяется формулой ($t_{j,j+4}=\dfrac{k_{j+4}}{k_j}\dfrac{1}{\left|T_{11}^{j,j+2}\right|^2}$), где

$$\left|T_{11}^{(j,j+4)}\right|^2=\left(4\widetilde{k}_j\widetilde{k}_{j+1}\widetilde{k}_{j+2}\widetilde{k}_{j+3}\right)^{-2}\times$$
$$\times\left|\begin{matrix}\exp\left[-ik_{j+2}\left(x_{j+2}-x_{j+1}\right)\right]\cdot\left\{\widetilde{k}_{j+1}\widetilde{k}_{j+3}\left(\widetilde{k}_j+\widetilde{k}_{j+2}\right)\left(\widetilde{k}_{j+2}+\widetilde{k}_{j+4}\right)\right\}+\\+\exp\left[ik_{j+2}\left(x_{j+2}-x_{j+1}\right)\right]\cdot\left\{\widetilde{k}_{j+1}\widetilde{k}_{j+3}\left(\widetilde{k}_j-\widetilde{k}_{j+2}\right)\left(\widetilde{k}_{j+2}-\widetilde{k}_{j+4}\right)\right\}\end{matrix}\right|^2$$

если удовлетворяются условия $k_{j+1}\left(x_{j+1}-x_j\right)=\pi n_{j+1},\ k_{j+3}\left(x_{j+3}-x_{j+2}\right)=\pi n_{j+3}$ и

$$\left|T_{11}^{(j,j+4)}\right|^2=\left(4\widetilde{k}_j\widetilde{k}_{j+1}\widetilde{k}_{j+2}\widetilde{k}_{j+3}\right)^{-2}\times$$
$$\times\left|\begin{matrix}\exp\left[-ik_{j+2}\left(x_{j+2}-x_{j+1}\right)\right]\cdot\left[\left(\widetilde{k}_{j+1}^2+\widetilde{k}_j\widetilde{k}_{j+2}\right)\left(\widetilde{k}_{j+3}^2+\widetilde{k}_{j+2}\widetilde{k}_{j+4}\right)\right]+\\+\exp\left[ik_{j+2}\left(x_{j+2}-x_{j+1}\right)\right]\cdot\left[\left(\widetilde{k}_{j+1}^2-\widetilde{k}_j\widetilde{k}_{j+2}\right)\left(\widetilde{k}_{j+3}^2-\widetilde{k}_{j+2}\widetilde{k}_{j+4}\right)\right]\end{matrix}\right|^2$$

если удовлетворяется только условие

$$k_{j+1}\left(x_{j+1}-x_j\right)=\frac{\pi}{2}\left(2n_{j+1}+1\right),\ k_{j+3}\left(x_{j+3}-x_{j+2}\right)=\frac{\pi}{2}\left(2n_{j+3}+1\right).$$

Из последних соотношений можно убедиться в том, что даже в наноструктурах, где потенциальные ямы размерно-квантованы, можно наблюдать интерференционные туннельные явления, о физической природе которой шла речь выше. Отметим, что в этом случае степень наблюдения интерференционной картины описывается, т.е. контролируется только с параметрами барьера. Естественно, такое явление исчезает при подбарьерном переходе электронов через такие структуры в случае, когда $k_{j+2}\left(x_{j+2}-x_{j+1}\right)\rangle\rangle 1$ (либо $k_{j+2}\left(x_{j+2}-x_{j+1}\right)\langle\langle 1$). При этом выражение для $t_{j,j+4}=\frac{k_{j+4}}{k_j}\frac{1}{\left|T_{11}^{j,j+2}\right|^2}$ имеет вид

$$\left|T_{11}^{(j,j+4)}\right|^2=\left(4\widetilde{k}_j\widetilde{k}_{j+1}\widetilde{\kappa}_{j+2}\widetilde{k}_{j+3}\right)^{-2}e^{-2\kappa_{j+2}\left(x_{j+2}-x_{j+1}\right)}\left[\widetilde{k}_{j+1}\widetilde{k}_{j+3}\left(\widetilde{k}_j-\widetilde{\kappa}_{j+2}\right)\left(\widetilde{\kappa}_{j+2}-\widetilde{k}_{j+4}\right)\right]^2$$

если удовлетворяется условия $k_{j+1}\left(x_{j+1}-x_j\right)=\pi n_{j+1},\ k_{j+3}\left(x_{j+3}-x_{j+2}\right)=\pi n_{j+3}$ и

$$\left|T_{11}^{(j,j+4)}\right|^2=\left(4\widetilde{k}_j\widetilde{k}_{j+1}\widetilde{\kappa}_{j+2}\widetilde{k}_{j+3}\right)^{-2}e^{-2\kappa_{j+2}\left(x_{j+2}-x_{j+1}\right)}\left[\left(\widetilde{k}_{j+1}^2-\widetilde{k}_j\widetilde{\kappa}_{j+2}\right)\left(\widetilde{k}_{j+3}^2-\widetilde{\kappa}_{j+2}\widetilde{k}_{j+4}\right)\right]^2$$

если удовлетворяется только условия

$$k_{j+1}\left(x_{j+1}-x_j\right)=\frac{\pi}{2}\left(2n_{j+1}+1\right),\ k_{j+3}\left(x_{j+3}-x_{j+2}\right)=\frac{\pi}{2}\left(2n_{j+3}+1\right).$$

В рамках нгастоящей статьи мы не можем провести численные расчеты из-за отсутствия экспериментально полученных асимметричных структур с определенными физическими параметрами, дающих возможность сравнения эксперимента с теорией.

В заключение заметим, что задача об энергетическом спектре электронов, локализованных в определенной потенциальной яме, решается используя критерии существования локализованных состояний: $T_{11}^{(j,j+4)}=0$, чему будет посвящена отдельная работа

Литература:

1.Pikus G., Ivchenko E. Superlattices and Other Heterostructures: Symmetry and Optical Phenomena, Springer Series in Solid-State Sciences, vol. 110., Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1995; second edition 1997.

Андижон давлат университети,
ЎзР ФА Фарғона илмий маркази.