ЖАРАЁНЛАРНИ НОРМАЛЛИККА ТЕКШИРИШНИНГ НАЗОРАТ КАРТАЛАР УСУЛИ

А.С. Аҳмедов, А.Абдуллаев, К.С.Аблазова, Ю.Маматохунова

Мақолада нормал тақсимланган бош тўпламнинг асимметрияси ва эксцесси учун назорат карталар қурилган.

***Калит сўзлар**: асимметрия, эксцесс, назорат карта, мувофиқлик аломатлари.*

В статье построена контрольная карта асимметрии и эксцесса нормально распределенной генеральной совокупности.

***Ключевые слова**: асимметрия, эксцесс, контрольная карта, критерии согласия.*

This article contains the control card of asymmetry and excess of the normally distributed general set.

***Key words**: asymmetry, excess, control card, goodness-of-fit test.*

---

1. Муаммонинг долзарблиги

1924 йилда В.Э.Шухарт технологик жараёнларнинг турғунлигини таъминловчи ва вариациясини камайтиришга қаратилган, статистик гипотезаларни текшириш принципига асосланган назорат карта (НК)лар услубини таклиф этди. Ушбу революцион фикрни дунё илм ва техника жамоатчилиги ярим асрдан сўнггина тан олди [1].

Э.Деминг В.Э.Шухарт фикрларини давом эттириб, жараёнларни статистик бошқаришнинг систематик назариясини яратди.

Э.Джуран сифатни бошқариш тушунчасини кенгайтирди.

Э.Деминг назарияси амалда Японияда ўтган асрнинг 50-йилларидан, Америка ва Европа мамлакатларида 80-йиллардан, Россияда 90-йиллардан қўллана бошланди.

Ўзбекистонга қўшма корхоналар фаолияти билан бу назариянинг элементлари кириб келмоқда. Мамлакат миқёсида Э.Деминг системаси бўйича ишларни ташкил этиш учун ўртача 5-8 йил зарур экан.

Ҳозирда юқорида зикр қилинган статистик методлар “Халқаро стандартлаштириш ташкилоти” (ISO) стандартларига киритилган.

Ўзбекистон шароитида ISO стандартлари бўйича ишларни ташкил этиш учун статистик методларни ишлаб чиқаришга татбиқ эта оладиган миллий кадрларни тайёрлаш ҳаётий заруратга айланмоқда. Бунинг учун эса таълим тизими учун ўқув қўлланма ва дарсликлар, ишлаб чиқариш учун амалий қўлланма-йўриқномалар яратиш, улар асосида дастурлаш ишларини амалга ошириш шу куннинг асосий масалаларидан биридир.

Энди ISO стандартлари бўйича маҳсулотлар чиқара бошлаган мамлакатлар дастлабки босқичда юқорида зикр қилинган муаммоларга дуч келганда нима ишлар қилганига қисман тўхталамиз.

Хаганедаги (Германия) сиртқи университет ва Новгороддаги (Россия) “Приоритет” нашриётларида мутахассисларни жалб қилган ҳолда статистик методларнинг назарий асослари ва амалда қўлланишига оид адабиётлар нашр қилинмоқда ва ЭҲМ учун дастурлар пакети яратилмоқда. Корхона мутахассислари қайта тайёрлов курсларидан ўтказиляпти.

Дунё миқёсидаги охирги иқтисодий кризис, кузатишимиз бўйича, ҳар бир мамлакатда турлича тус олар экан. Шу нуқтаи назардан республикамизда ҳам иқтисодиётимизни ривожлантиришга қаратилган статистик марказ бўлиши фойдадан холи бўлмайди.

Энди қисқача статистик методларга оид асосий муаммоларга тўхталамиз.

Сифатни статистик таъминлаш сифатни таъминлашда статистик методларни қўллаш билан шуғулланувчи статистиканинг соҳаси ҳисобланади. Унинг функцияларига сифатни ривожлантириш, сифат назорати ва сифатни бошқариш киради. Математик статистика методлари кўпроқ тор маънодаги сифат назорати билан шуғулланиб, унда лойиҳа билан унинг бажарилишининг мос келиш даражаси текширилади.

Статистик назария ишлаб чиқаришда нотўғри ечимлар қабул қилиш, хатоларнинг вужудга келиш эҳтимоллигини назоратга олиш ва, айниқса, кўнгил-

***А.С.Аҳмедов** – АДУ математика кафедраси доценти, физика-математика фанлари номзоди;*
***К.С.Аблазова** – шу кафедра ассистенти;*
***А.Абдуллаев** – Андижон машинасозлик институти олий математика кафедраси доценти, физика-математика фанлари номзоди;*
***Ю.Маматохунова** – АДУ математика йўналиши 3-босқич талабаси.*

сиз оқибатларга олиб келувчи ечимлар қабул қилиш эҳтимоллигини олдиндан айтиб берувчи методлар мажмуасидир.

Сифатни статистик таъминлашнинг мақсади мақсулотнинг айрим нусхаларини текширишгина эмас, балки бутун маҳсулот сифатини яхшилашдан иборат. Бунда диққат-эътибор сифат белгиларини ташувчиларнинг айримларига эмас, балки уларнинг йиғиндисига қаратилган бўлади. Хулосалар танлама текширув натижалари асосида чиқарилади.

Ушбу мақолада сифатни статистик таъминлашда энг муҳим бўлган бош тўпламни нормалликка текшириш масалаларини таҳлил қиламиз ва бу йўналишда ўз ечимимизни баён этамиз.

2. Мувофиқлик аломатлари.

Ишлаб чиқариш жараёнидаги издан чиқишлар тарқоқлик, биргаликда ҳаракатланувчи кўп факторларнинг натижаси асосида рўй беради. Бу борада эҳтимоллар назариясида марказий лимит теорема деб аталувчи тасдиқ исботланган бўлиб, унга асосан, тасодифий миқдор биргаликда харакатланувчи жуда кўп факторларнинг натижаси бўлиб, бунда қуйидаги шартлар бажарилса:

- ҳеч қайси фактор “ўзининг таъсир кучига асосан” қолган факторларнинг кучидан бир неча маротаба ошиб кетмаса;

- факторлар бир-бирига боғлиқ бўлмаган ҳолда ҳаракат қилишса ва қандайдир умумий мойилликка бўйсунишмаса;

- факторлар сони етарлича кўп бўлса, алоҳида факторлар бир-бирига боғлиқ бўлмаган ҳолда ҳар қандай куч билан таъсир қилганда ҳам уларнинг натижавий таъсир кучи нормал қонунга бўйсунади.

Амалий масалаларни ҳал қилишда (масалан, жараёнларнинг сифат назоратини ўтказишда) ўрганилаётган сон белгининг нормал тақсимланганлигини билиш зарур бўлади. Баъзан ўхшаш ҳолатлар асосида сон белгининг нормаллигини аниқлаб, натижаларини таҳлил қилиш мумкин бўлади. Агар ўхшаш ҳолатлар бўлмаса, у ҳолда сон белгининг нормаллиги ҳақидаги гипотезани текшириш керак бўлади. Назарий жиҳатдан текшириш мувофиқлик аломатлари асосида амалга оширилади. Бунда биз статистик гипотезаларни текшириш масалаларига келамиз.

Ўрганилаётган X сон белгининг тақсимоти F(x) номаълум ва $x_1, x_2, x_3, \ldots x_n$ танлама бош тўпламдан олинган бўлсин. Қуйидаги гипотезаларни кўрамиз:

$$H_0: F(x)=F_0(x);$$
$$H_1: F(x) \neq F_0(x),$$

бу ерда $F_0(x)$ – маълум бўлган тақсимот функция. H_0 ва H_1 ларни текширувчи тестлар мувофиқлик аломатлари дейилади.

Колмогоров аломати, ω^2 - аломати, Пирсон аломатлари шулар жумласидандир. Хусусан, $F_0(x) \sim N(m, \sigma^2)$ – нормал бўлган ҳолда, бу гипотезаларни текшириш учун яна тўртта содда аломатлар қўшилади. Улар биринчи тартибли абсолют танлама марказий моментга, танлама асимметрия коэффициентига, танлама эксцесс коэффициентига ва танламанинг минимал ва максимал элементларига асосланган.

Юқорида зикр этилган мувофиқлик аломатларини амалда қўллаш учун ўнлаб, юзлаб танламалар олишга тўғри келади. Бу вақтда эса жараён ўзининг статистик хусусиятларини ўзгартирмаслиги лозим, яъни сон белгининг тақсимоти силжимаган бўлиши керак. Акс ҳолда, қилган ҳаракатларимиз натижаси етарли даражада ишончли бўлмайди.

3. Нормалликка текширишнинг амалий усуллари.

Мувофиқлик аломатларини қўллаш учун жараён билан ҳамнафас ҳолда ишларни амалга ошириш зарур экан. Лекин буни амалда ҳар доим ҳам қилиш осон эмас. Шу сабабли баъзи амалий усуллар аниқланган.

“Эҳтимоллик қоғози” деб аталувчи номограммани 1914 йилда америкалик муҳандис А.Хазен ишлаб чиққан. Унга асосан, бош тўпламдан танлама ҳосил қилингач, жамланган частоталар ҳисобланади ва эҳтимоллик қоғозида уларни абцисса ўқидаги интерваллларнинг ўнг учига мос ординаталар сифатида белгиланади. Агар эҳтимоллик қоғозида абцисса ва ординаталарга мос нуқталар деярли битта тўғри чизиқда жойлашса, бош тўпламни нормал тақсимланган дейиш мумкин бўлади.

“Гистограмма” ёрдамида бош тўпламни нормалликка текширишда $x_1, x_2, x_3, \ldots x_n$ $n \geq 30$, маълумотлар асосида гистограмма қурилади. Бунда $\sigma = \sqrt{D(x)}$ нинг аниқ қиймати ёки баҳоси ёрдамида 2σ, 4σ ва 6σ узунликдаги интерваллар топилади. Агар маълумотларнинг 60-75% и 2σ узунликдаги интервалда, 90-98% и 4σ узунликдаги интервалда, 99-100% и 6σ узунликдаги интервалда жойлашган бўлса, бош тўплам нормал тақсимланган деб ҳисобланади.

“Бокс диаграмма” ёрдамида нормалликка текширишда $x_1, x_2, x_3, \ldots x_n$, $n \geq 30$ маълумотларга кўра махсус рамка қурилади. Нормал тақсимланган тасодифий миқдор зичлик функциясининг симметриклик шартлари рамка орқали текширилади. Агар бу шартлар бажарилса, бош тўплам нормал ҳисобланади.

“Корреляция коэффициенти” ёрдамида нормалликка текширишда корреляция коэффициенти бирга яқин бўлганда, текширилаётган икки миқдор орасидаги боғлиқлик чизиқли боғланишга яқинлигидан фойдаланилади. Бунда X сон белгининг танлама қийматлари билан квантиллари орасидаги корреляция текширилади.

Ишлаб чиқариш жараёнида юқорида баён қилинган тўрт хил усулдан камида иккитаси ижобий натижа берганда, бош тўплам нормал ҳисобланади.

4. Нормалликка текширишнинг НК усули.

Технологик жараён (ТЖ)ларни бошқаришда турли мақсад ва вазифалар билан НКлар қурилади.

Хусусан, Шухартнинг НКлари маълум параметрга асосан ТЖнинг статистик турғун ҳолатда ёки турғун эмаслигини аниқлаш учун ишлатилади. Бунда қуйидаги икки хил масала ечилади:

- ТЖнинг ўтган давр учун ҳолатини таҳлил қилиб, жараённи издан чиқарувчи факторларни аниқлаш учун;
- ТЖнинг жорий ҳолатини кузатиш, зарурат бўлса тўхтатиш ёки созлаш ва издан чиқарувчи факторларни аниқлаш учун.

Шухартнинг такомиллашган НКлари (қабул назорати карталари) ёрдамида даврий равишда олинган танламалар асосида техник қўйим (допуск) чегараларини ҳисобга олган ҳолда ТЖнинг қониқарли ёки қониқарсиз ҳолатда эканлиги ҳақида қарор қабул қилинади.

Назарий мантиққа асосан, НКлар ўрганилаётган сон белги зичлик функциясининг турли вақтлардаги ҳолатини аниқлаб боради. Сон белги нормал тақсимланганда, НКлар ТЖнинг марказга нисбатан созлигини ва тарқоқлигини аниқлашга хизмат қилади.

ТЖларни ўлчаш натижалари тасодифий миқдорларни ташкил этиб, марказий лимит теоремага асосан нормал тақсимланган бўлади. Иш жараёнида турли хил тасодифий ёки тасодифий бўлмаган (муҳим) факторларга асосан нормал жараён ҳам издан чиқиши мумкин. Бундай ҳолатларда статистик текшириш натижалари ҳақиқатдан узоқ бўлиб қолади. Шу сабабли жараённи нормалликка текшириб бориш ва уни стабил ҳолатга келтириш иқтисодий самара беради. Амалиётга мувофиқлик аломатлари, амалий статистик усуллар шундай мақсадларда қўлланилади.

Биз мақоламизда нормалликка текширишнинг асимметрия ва эксцесс танлама коэффициентларига асосланган НКлар усулини баён қиламиз. Бу усул ҳам барча НКлар каби маълум бир жараёнлар учун қўлланганда муҳим натижаларга олиб келади.

Бош тўплам $X \sim N(m^2, \sigma^2)$-нормал бўлсин. Ундан $x_1, x_2, x_3, \ldots x_n$ танлама оламиз.

$$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum, \qquad S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n}(x_k - \bar{x})^2$$

миқдорлар X нинг мос равишда математик кутилма (M(X)) ва дисперцияси (D(X)) баҳолари,

$$\bar{a} = \frac{1}{ns^3}\sum_{k=1}^{n}(x_k - \overline{X}),\ \bar{\gamma} = \frac{1}{ns^4}\sum_{k=1}^{n}(x_k - \overline{X})^4 \text{ миқдорлар}$$

X нинг асимметрия коэффициенти ($a = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$, бу ерда $\mu_3 = M(X - M(X))^3$, $\sigma = \sqrt{D(X)}$) нинг ва эксцесси ($\gamma = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3$, бу ерда $\mu_4 = M(X - M(X))^4$)нинг танлама коэффициентлари (баҳолари) бўлсин.

Бунда а ва лар *X* нинг тақсимот зичлиги ёки кўпбурчагининг формаси ҳақида тасаввур беради. Статистик изланишларда тақсимот формаси ҳақидаги маълумот $\bar{a}$ ва $\bar{\gamma}$ орқали аниқланади.

Қуйидаги мураккаб гипотезаларни текшириш талаб қилинсин:

H_0 : назарий тақсимот функция, F(x)=P(X<x) нормал тақсимланган;

H_1 :F(x) нормал тақсимланмаган.

Гипотезаларни текширишдаги биринчи тур хато α (H_0 тўғри бўлганда уни рад қилиш эҳтимоли) берилган бўлсин. F(x) = α тенгламанинг ечими X нинг квантилини F(x) нинг тақсимот жадвалидан аниқланади. Хусусан, a_α квантилни асимметрия тақсимот жадвалидан, γ_αни $\bar{a}$ эксцесс тақсимот жад-

валидан топилади [3]. Маълумки, [2] танлама асимметрия коэффициенти () га асосланган мувофиқлик аломатига асосан, агар берилган α да

$$-a_{1-\frac{\alpha}{2}} < \overline{a} < a_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (1)$$

муносабат ўринли бўлса, H_0 гипотеза ўринли деб қабул қилинади.

$\overline{\gamma}$ га асосланган мувофиқлик аломатига асосан,

$$\gamma_{\frac{\alpha}{2}} < \overline{\gamma} < \gamma_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (2)$$

тенгсизлик ўринли бўлса, H_0 гипотеза ўринли ҳисобланади.

n ни тайинлаймиз ва бош тўпламдан белгиланган *t* вақтларда

$x_{1t,}\, x_{2t,\ldots,}\, x_{nt}$ оний танламалар оламиз. Бу танламаларга асосланиб аниқланган $\overline{X_{nt}}$, S^2_{nt}, $\overline{a_{nt}}$ ва $\overline{\gamma}_{nt}$ лар, (1) ва (2) тенгсизликлардан S^2_{nt} учун баҳони аниқлаймиз.

Қуйидаги эквивалент тенгсизликлар занжирини ҳосил қиламиз:

$$-a_{1-\frac{\alpha}{2}} < \frac{1}{nS^3_{nt}} \sum_{k=1}^{n} (x_{kt} - \overline{X_{nt}})^3 < a_{1-\frac{\alpha}{2}},$$

$$S^2_{nt} > 3\sqrt{\frac{\overline{\mu_3^2}}{a^2_{1-\frac{\alpha}{2}}}}, \quad (3)$$

бу ерда $\overline{\mu_3} = \frac{1}{k}\sum_{t=1}^{k}\mu_{3t}$, $\mu_{3t} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(x_k - \overline{X_{nt}})^3$.

$$\gamma_{\frac{\alpha}{2}} < \frac{1}{nS^4_{nt}} \sum_{k=1}^{n} (x_{kt} - \overline{X_{nt}})^4 < \gamma_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{\overline{\mu_4}}{\gamma_{1-\frac{\alpha}{2}}}} < S^2_{nt} < \sqrt{\frac{\overline{\mu_4}}{\gamma_{\frac{\alpha}{2}}}} \quad (4)$$

$$\overline{\mu_4} = \frac{1}{k}\sum_{t=1}^{k}\mu_{4t}, \ \mu_{4t} = \frac{1}{n}\sum(x_k - \overline{X_{nt}})^4$$

ҳосил бўлган (3) ва (4)ларга асосланган ҳолда қуйидаги ёрдамчи теоремаларни ҳосил қилдик.

1-тасдиқ. Асимметрия учун бир томонлама НК қуйидагича аниқланади:

$$S^2_{nt} > 3\sqrt{\frac{\overline{\mu_3^2}}{a_{1-\frac{\alpha}{2}}}}$$

бу ердаги $a_{1-\frac{\alpha}{2}}$ n ва α бўйича [3] дан топилади.

2-тасдиқ. Эксцесс учун икки томонлама НК қуйидагича аниқланади:

$$\sqrt{\frac{\overline{\mu_4}}{\gamma_{1-\frac{\alpha}{2}}}} < S^2_{nt} < \sqrt{\frac{\overline{\mu_4}}{\gamma_{\frac{\alpha}{2}}}},$$

бунда $\gamma_{\frac{\alpha}{2}}$ ва $\gamma_{1-\frac{\alpha}{2}}$ квантиллар, n ва α бўйича [3] дан топилади.

Амалиётда тасдиқлардан фойдаланиш учун белгиланган t вақтларда оний танламалар асосида тенгсизликнинг ўнг ва чап қисмидаги миқдорлар топилади, сўнгра шу пайтдаги S^2_{nt} нинг қиймати билан

таққосланади. Агарда тасдиқда кўрсатилган тенгсизликлар бажарилса, жараён (бош тўплам) нормал тақсимланган деб ҳисобланади ва бу ҳолатда жараён устида олиб борилган бошқа статистик изланишлар самарасини ижобий деб ҳисоблаш мумкин бўлади. Агар бирор пайтда тенгсизлик ўринли бўлмаса, жараён нормал ҳолатдан чиқиб кетган ҳисобланади ва шу вақтда олиб борилган статистик изланишлар натижаси жараён тўғрисида нотўғри маълумотлар бериши мумкин. Бундай ҳолатда жараённи созлаш керак бўлади.

Юқорида баён қилинганларни жараённинг ҳам ўтган даври, ҳам жорий ҳолати учун қўллаш мумкин. Бунда жорий ҳолатни таҳлил қилиб бориш нисбатан катта иқтисодий самара беради.

Адабиётлар:

1. Розно М.И. и др. Применение прикладных статистических методов при производстве продукции.- Новгород: Приоритет, 1999

2. Бочаров П.П., Печинкин А.В. Теория вероятностей. Математическая статистика.- М.: Гарданика,1997

3. Большев Л.Н., Смирнов Н.С. Таблицы математической статистики.- М.1983

2015 йил 25 январда қабул қилинган
(Тақризчи: проф. Ғ.Мўминов)