О СУЩЕСТВОВАНИИ ЯДРА ЖИВУЧЕСТИ ВЫПУКЛОГО ЗАМКНУТОГО МНОЖЕСТВА ОТНОСИТЕЛЬНО ЛИНЕЙНОЙ УПРАВЛЯЕМОЙ СИСТЕМЫ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

З.Э.Кадыров, А.А.Джабборов

Мақолада кечикмали чизиқли бошқариладиган системалар учун яшовчанлик ядросини топиш масаласи ўрганилди. Қавариқ компакт тўплам учун зарурий ва етарли шарт олинди.

***Калит сўзлар**: кечикмали чизиқли бошқариладиган система, турғун нуқта, эришувчанлик тўплами*

В работе исследуется вопрос о существовании ядра живучести выпуклого замкнутого множества относительно линейной управляемой системы с запаздыванием. Получено необходимое и достаточное условие существования ядра живучести выпуклого компакта.

***Ключевые слова**: линейная управляемая система с запаздыванием, точка покоя, множество достижимости*

***T**his article studies the ways of existence of a convex core survivability for the linear control system with the log to the existence of a convex core survivability. It has got the necessary and sufficient condition for the existence of a convex core survivability compact.*

***Key words**: the linear control system, the point of rest, reachability multitude*

Рассматривается линейная управляемая система с запаздыванием

$$\dot{\chi}(t) = Ax(t) + Bx(t-h) + Cu(t) \qquad (1)$$

Где $\chi \in R^d$ – фазовый вектор, *A, B* – постоянные матрицы размера $d \times d, u$ – параметр управления, которое принимает свои значения из области управления *P, P* непустое выпуклое компактное подмножество пространства R^d, h – положительное число.

***З.Э.Кадыров** – Андижон машинасозлик институти олий математика кафедраси катта ўқитувчиси;*
***А.А.Джабборов** – шу кафедра ассистенти.*

Допустимым управлением называется измеримая функция вида $u(\cdot):[0,+\infty)\to P$

Через *U* обозначим совокупность всех допустимых управлений. При заданных $x_0\in R^d$ и $u(\cdot)\in U$ через $x(\cdot)=x(\cdot,x_0,u(\cdot))$ представим решение задачи Коши

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+Bx(t-h)+Cu(t) \qquad (2)$$

$$x(t)=x_0 \text{ для } t\in[-h,0]$$

Определение 1.

Точка $y\in R^d$ называется точкой покоя системы (1), если существует $u\in P$ такое, что $Ay+By+Cu=+$.

Через *L* обозначим совокупность всех точек покоя системы (1), т.е.

$L=-(A+B)^{-1}CP$ где, $(A+B)^{-1}CP$ прообраз множества *CP* при отображении *A+B* а *CP* является образом множества *P* при отображении *GG*.

Определение 2.

Множество достижимости $K(x_0,t_0,t_1,U)$ назовем совокупность всех концов траектории $x(t_1)$ в R^n.

Для краткости обозначим таким образом. $K(x,t)=\{y\in R^n \mid \exists u\in U, x(t_1,x_0,u)=y, t_1\ge t_0\}$

Теорема (Kakutani).

Пусть *E* отделимое локально выпуклое пространство, *K* – непустое компактное множество в $E, K\subset E$ и *f* многозначное отображение, которое каждому $x\in K$ ставит соответствие непустое выпуклое замкнутое множество $f(x)\subset K$.

Пусть далее отображение *f* полунепрерывно сверху, тогда $\exists x_0\in K$ которое является неподвижной для отображения *f* т.е. $x_0\in f(x_0)$.

Лемма 1.

Пусть *G* выпукло и замкнуто . Тогда отображение $f_t(x):G\to F(x;t)\cap coreG$ является полунепрерывным сверху и $F(x;t)\cap coreG$ является выпуклым компактом .

Доказательство.

Компактность и выпуклость множества доказано в работе [3].

Для доказательства полунепрерывности сверхуотображение $f(x)$ поступим следующим образом.

$\forall x',x''\in G, |x'-x''|<\delta$ должны доказать что $f_t(x')\subset f_t(x'')+\varepsilon S$

Рассмотрим разность соответствующих траекторий при управлении $u\in U$

$$x(t,x',u)-x(t,x'',u)=T(t)(x'-x'')+\int_0^h T(t-s)B(x'-x'')ds=\delta(T(t)Bds)\subset\varepsilon S$$

так как *T(t)* ограниченный оператор $\forall t\ge 0$.

$$\delta=\frac{\varepsilon}{2\left(T(t)+\int_0^h T(t-s)Bds\right)}$$

Теорема 1.

Пусть множество *G* – выпуклый компакт.Тогда $coreG\neq\varnothing$ тогда и только тогда, когда $G\cap L\neq\varnothing$

Доказательство.

Пусть $G\cap L\neq\varnothing$, тогда $\exists x_0\in G, x_0\in L$ по определению точки покоя $coreG\neq\varnothing$. Допустим, что . Тогда $F(x,t)\cap coreG\neq\varnothing$ для всех $t\ge 0$.

Рассмотрим отображение

$$f:G\to F(x,t)\cap coreG.$$

это отображение является полунепрерывным сверху, а множество $F(x,t)\cap coreG$ выпуклым компактом.

Поэтому можно применить теорему Какутани о неподвижной точке $\exists x_t \in G$ такой что $x_t \in F(x,t) \cap coreG$ для всех последовательностей $\{t_t\}, t_t > 0, t_t \to 0$.

Пусть $\{x_t\}$ такая последовательность $x_t \in F(x_t, t_t) \cap coreG$ из компактности *G*, имеем $\lim_{t\to\infty} x_t = x^*$, $x \in G$ – неподвижная точка.

Для того чтобы теорема была полностью доказана, нужно доказать, что $x^* \in L$

Допустим противное. Пусть $Ax^* + Bx^* + Cu \neq 0, \forall u \in U$.

Тогда $\exists \nu \in B$ и *a*>0 где $B = \{\nu \in R^n, \|\nu\| = 1\}$, $(\nu, Ax^* + Bx^* + Cu) \leq, \forall u \in U$

Поскольку, для некоторого $\varepsilon > 0$ и каждого $x \in S_\varepsilon(x^*), (\nu, Ax + Bx + u) < 0, \ \forall u \in U$, т.е. при любых $u \in U$ траектория движется по одному направлению и не может возвращаться обратно.А это противоречит определению неподвижной точки. $x^* \in L \Rightarrow G \cap L \neq \varnothing$.

Лемма 2.

Справедливо включение

$$G \cap (\mathrm{A}+\mathrm{B})^{-1}(\mathrm{J}+\mathrm{CR}) < coreG \qquad (3)$$

Доказательство.

Пусть x_0 произвольная точка из левой части (3). Тогда $x_0 \in G$ и существует $u_0 \in R$ такое что $(\mathrm{A}+\mathrm{B})x_0 + Cu \in J$. Положим для траектории $x(\cdot) = x(\cdot, x_0, u(\cdot))$ имеем

$$x(t) = T(t)x_0 + \int_0^h T(t-s)Bx_0 ds + \int_0^t T(t-s)Cu(s)ds = x_0 + \int_0^t (t-s)x_0 ds + \int_0^h T(t-s)Bx_0 ds +$$

$$\int_0^t T(t-s)Cu(s)ds = x_0 + \int_0^t \left(AT(t-s)x_0 + BT(t-s-h)x_0\right)ds + \int_0^h T(t-s)Bx_0 ds + \int_0^t \Big(T(t-$$

$$s)Cu(s)ds = x_0 + \int_0^t T(t-s)(Ax_0 + Bx_0 + Cu_0)ds + \int_h^{t+h} T(t-s)x_0 dx = x_0 + \int_0^t T(t-s)(Ax_0 +$$

$$Bx_0 + Cu_0)ds \in x_0 + \vec{G} \subset G$$

при всех $t \geq 0$ $\int_n^{t-h} T(t-s)Bx_0 ds = 0$ так как $T(t-s) = 0, \ s \in [h; t+h)$

Следовательно, $x_0 \in coreG$.

Следствие.

Если $G \cap (\mathrm{A}+\mathrm{B})^{-1}(\mathrm{J}+\mathrm{CR}) \neq \varnothing$, то $coreG \neq \varnothing$.

Литература:

1. Ли Э.Б., Маркус Л. Основы теории оптимального управления.- М.: Наука, 1972.

2. Фазылов А.З. О существовании ядра выпуклого множества в линейных управляемых системах // Узбекский математический журнал.- 1992.- №1.- С.51-56.

3. Cnukwunege Ukwu “Compaktness of cores of target for lenear delay systems”

4. Feuer A., Heymann J. Ω-Invarianse in control sustems with bounded controls // J.Math. Anal.and Appl. 1979. V.53. № 2.P.266-276.

5. Джалилова Т.А., Кадыров З.Э. Компактность ядра живучести в линейной управляемой системы с запаздыванием. Республика илмий-амалий конференция материаллари.- Т., 2013.

2015 йил 24 февралда қабул қилинган
(Тақризчи: проф. Г.Мўминов)