ИЗОЛЯЦИЯЛАНГАН ЎЛЧАМЛИ КВАНТЛАШГАН НОСИММЕТРИК ЯРИМ ЎТКАЗГИЧЛИ НАНОСТРУКТУРАДА ЭЛЕКТРОНЛИ ҲОЛАТЛАР

И.Н.Каримов, Д.Х.Қамбаров, В.Р.Расулов,А.У.Мирзараҳимов

Носимметрик ўлчамли квантлашган ўрали наноструктурада электрон энергиявий спектрининг квант механикавий таҳлиллари бажарилган.

***Калит сўзлар**: потенциал тўсиқ, ўлчамли квантлашган ўра, зонавий диаграмма, гетероструктура.*

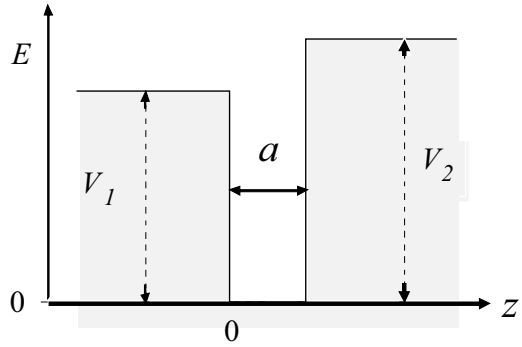
Теоретически изучен энергетический спектр в изолированной размерно-квантованной несимметричной полупроводниковой структуре.

***Ключевые слова**: электрон, размерное квантование, наноструктура, энергетический спектр.*

The article studies the energy spectrum of electronics from the theoretical point of view an isolated dimensionally quantized asymmetric semiconductor structure.

***Key words:** electron, dimensionally quantization, nanostructure, the energy spectrum.*

Ярим ўтказгичли носимметрик ўлчамли квантлашган ўрали наноструктураларда электроннинг энергетик спектри ва тўлқин функциясини ҳисоблаш назарий жиҳатдан актуал масалалардан биридир. Чунки бундай тур наноструктураларнинг кинетик ва оптик хусусиятлари



1 расм. Носимметрик ўлчамли квантлашган ўра.

тўласича ўрганилмаган [1]. Шу сабабли ярим ўтказгич ўтказувчанлик зонасининг кўриниши 1-расмда тасвирланган изоляцияланган наноструктурани қарайлик. Энергияси потенциал тўсиқ баландлигидан миқдоран кичик $\left(E < V_1\right)$ бўлган электрон учун Шреденгер тенгламалари қуйидагича қайд қилинади [2].

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m^*}\frac{d^2}{dz^2}\psi_1 + V_1\right) = E\psi_1, \qquad \psi_1 = C_1^+ e^{k_1 z} \qquad (z<0),$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*}\frac{d^2}{dz^2}\psi_2 = E\psi_2, \qquad \psi_2 = C_2^+ e^{iqz} + C_2^- e^{-iqz} \qquad (0 \le z \le a), \qquad (1)$$

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m^*}\frac{d^2}{dz^2} + V_2\right)\psi_3 = E\psi_3, \qquad \psi_3 = C_3^- e^{-k_2 z} \qquad (z>a),$$

бу ерда $k_1 = \sqrt{2m^*\left(V_1 - E\right)}/\hbar > 0, \quad k_2 = \sqrt{2m^*\left(V_2 - E\right)}/\hbar > 0$ - электроннинг V_1, V_2 баландлик-

ли потенциал тўсиқлар соҳасидаги тўлқин вектори; $q=\sqrt{2m^*E}/\hbar>0$ - ўлчамли квантлашган ўрадаги электроннинг тўлқин вектори; $C_i^{\pm}$ - аниқланувчи доимийликлар, $i=1,2,3$. Шреденгер тенгламаси Бастард чегаравий шартларига кўра [3] ечилса, у ҳолда электроннинг E энергияси ва q тўлқин вектори орасидаги боғланиш қуйидаги муносабатлар ёрдамида аниқланади:

$$\begin{cases} C_1^+ = C_2^+ + A_2^-, \qquad k_1 C_1^+ = q\left(C_2^+ - C_2^-\right), \\ C_2^+ \exp(iqa) + C_2^- \exp(-iqa) = C_3^- \exp(-k_2 a), \\ q\left(C_2^+ \exp(iqa) - C_2^- \exp(-iqa)\right) = -k_2 C_3^- \exp(-k_2 a). \end{cases} \tag{2}$$

Бу тенгламалар системасини ҳал этишда электронларнинг эффектив гамильтони ҳақиқий қийматли оператор сифатида қаралса, у ҳолда комплекс қўшмаланган ψ^* тўлқин функция ҳам ўша Шредингер тенгламасининг ечими бўла олади [2, 3]. Натижада қуйидаги муносабатларга эга бўламиз:

$$\begin{aligned} &C_1^+ = C_1, \qquad C_3^- = C_3, \\ &C_2^+ = \left(C_2/2\right)\cdot\exp(i\delta), \qquad C_2^- = \left(C_2/2\right)\cdot\exp(-i\delta) \end{aligned} \tag{3}$$

C_i амплитуда ҳақиқий катталикдир, δ- фазавий кўпайтма. Агар (2) эътиборга олинса, у ҳолда (2) тенгламалар системаси қуйидагича қайд қилинади:

$$\begin{cases} C_1 = C_2\cos(\delta), \qquad k_1 C_1 = -qC_2\sin(\delta), \\ C_2\cos(qa+\delta) = C_3\exp(-k_2 a), \\ qC_2\sin(qa+\delta) = k_2 C_3\exp(-k_2 a). \end{cases} \tag{4}$$

Дастлабки икки тенгламадан

$$tg(\delta) = -k_1/q, \tag{5}$$

бу муносабатдан k_1 ва q катталикларнинг ҳақиқий қийматлар соҳасида δ фаза $0\le\delta'\le\pi/2$ соҳада ўзгариши келиб чиқади, бу ерда $\delta'=\delta-\pi/2-m\pi$, m – бутун сон. (3) тенгламалар системасидаги δ катталик δ' фаза билан алмаштирилса ва бунда (1), (5) эътиборга олинса, у ҳолда:

$$\begin{cases} \sin(\delta') = (q/k_1)\cos(\delta') = \\ \qquad = q/\sqrt{q^2+k_1^2} = \hbar q/\sqrt{2m^*V_1}, \\ \sin(qa+\delta') = -(q/k_1)\cos(qa+\delta') = \\ \qquad = -q/\sqrt{q^2+k_2^2} = \hbar q/\sqrt{2m^*V_2}. \end{cases} \tag{6}$$

Бу трансцендент тенгламалардан қуйидаги натижага эришамиз:

$$\begin{aligned} &\delta' = \arcsin\left(\hbar q/\sqrt{2m^*V_1}\right), \\ &qa+\delta' = \pi n - \arcsin\left(\hbar q/\sqrt{2m^*V_2}\right). \end{aligned} \tag{7}$$

Натижада электроннинг энергиявий спектри

$$\begin{aligned} q_n a = \pi n &- \arcsin\left(\hbar q_n/\sqrt{2m^*V_1}\right) - \\ &- \arcsin\left(\hbar q_n/\sqrt{2m^*V_2}\right), \qquad n=1,2,\ldots \end{aligned} \tag{8}$$

муносабат ёрдамида аниқланиши келиб чиқади. (8) ифодада *n* нолга тенг бўлиши мумкин эмас, чунки электроннинг ўлчамли квантлашган ўрадаги энергияси ва, демак, q тўлқин вектори, Гейзенбергнинг ноаниқлик тамойилига кўра нолга тенг бўлиши мумкин эмас. Агар arcsin функциянинг аргументи нолдан биргача ўзгариши эътиборга олинса, у ҳолда $V_1 < V_2$ шартда (8) ифодадан q тўлқин векторининг қуйидаги шартни қаноатлантириши келиб чиқади:

$$0 < q < \sqrt{2m^*V_1}\,/\,\hbar, \qquad (9)$$

Бу эса $E_n = \hbar^2 q_n^2 / 2m^*$ энергиянинг рухсат этилган ва тақиқланган қийматлар соҳаси мавжудлигидан далолат беради. Натижада чекли баландликли потенциал тўсиқлар орасида жойлашган носимметрик ўлчамли квантлашган ўрали наноструктурада чекли сондаги энергетик сатҳларнинг мавжуд бўлиши келиб чиқади.

(8) тенгламанинг чап тарафи *q* нинг ортиши билан орта боради, ўнг тарафи эса камая боради. Бундан q учун n ¹ 0 ҳолда қуйидаги муносабатни қаноатлантириши келиб чиқади:

$$a\sqrt{2m^*V_1}\,/\,\hbar > \pi\,(n-1/2) - \arcsin\left(\sqrt{V_1/V_2}\right). \qquad (10)$$

Бу тенгламадан *n=1* шартда *a* ва V_1 катталикларнинг миқдоран кичик қийматлар соҳасида ва $a\sqrt{2m^*V_1}\,/\,\hbar < \pi/2 - \arcsin\left(\sqrt{V_1/V_2}\right)$ шарт бажарилганида ўлчамли квантлашган ўрада электронлар учун боғланган ҳолатнинг бўлиши мумкин эмаслиги келиб чиқади.

Симметриявий ўлчамли квантлашган ўра (V_1=V_2=V) учун (8)

$$q_n a = \pi n - 2\arcsin\left(\hbar q_n / \sqrt{2m^*V}\right), \qquad n = 1,2,\ldots, \qquad (11)$$

кўринишни олади ва (10) $a\sqrt{2m^*V}\,/\,\hbar > \pi\,(n-1)$ кўринишда қайд қилинади. Шунга кўра симметриявий ўлчамли квантлашган ўрада, носимметриявий ўлчамли квантлашган ўрадан фарқли ўлароқ, ҳеч бўлмаса битта боғланган ҳолат мавжуд бўлади. Умуман олганда, чекли чуқурликли симметриявий ўлчамли квантлашган ўра бундай энергетик сатҳларнинг сони *n* нинг $n = \text{integer}\left(\frac{a}{\pi\hbar}\sqrt{2m^*V}+1\right)$ муносабатдан аниқланадиган бутун қийматлари билан аниқланади.

Агар ўлчамли квантлашган ўра чексиз чуқур ($V \to \infty$) бўлса, у ҳолда (11)

$$q_n a = 2\pi a/\lambda_n = \pi n, \qquad E_n = \left(\hbar\pi n\right)^2 / 2m^*a^2 \qquad (12)$$

каби аналитик ечимга эга бўлади. Бу ҳолда энергетик спектри чексиз кўп дискрет сатҳлар тўпламидан иборат бўлади ва *n* квант сони билан аниқланади: $E_n \sim n^2$ ва $n \to \infty$ шартда $E_n \to \infty$.

(10) ифодани *n*=1 ва *V, a*→0 шартда

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{qa}{2}\right) = \frac{\hbar q}{\sqrt{2m^*V}} = \cos\left(\frac{qa}{2}\right) \approx 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{qa}{2}\right)^2.$$

a = 0 бўлса, у ҳолда бу тенгламадан $q_o = \sqrt{2m^*V}\,/\,\hbar$. Бу муносабат *a*≠0 ҳолда, яъни $q = \sqrt{2m^*E}\,/\,\hbar$ қуйидаги натижага эга бўламиз:

$$E_1 = V\left(1 - a^2 m^* V / 2\hbar^2\right). \qquad (13)$$

Ихтиёрий кўринишли ўлчамли квантлашган ўрадаги электроннинг энергиявий спектри, тўлқин функцияси ва рухсат этилган энергиявий сатҳларнинг жойлашуви умумий $V(z)$ кўринишдаги потенциал

учун қайд қилинган Шредингер тенгламасини ечиш билан аниқланади. Бу ҳол масалани алоҳида ҳисоблашни талаб этади ва унга алоҳида қайтиш ниятимиз йўқ эмас.

Муаллифлар масаланинг ҳал этилиши жараёнида илмий маслаҳатлар берган профессор Р.Я.Расуловга ўз миннатдорлигини билдирадилар.

Адабиётлар:

1. Воробьев Л.Е., Данилов С.Н., Ивченко Е.Л., Левинштейн И.М., Фирсов Д.А., Шалыгин В.А. Кинетические и оптические явления в сильных электрических полях в полупроводниках в наноструктурах.- Ст.-Пб.: Наука. 2000. -324 с.

2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика (нерелятивистская теория) Т.III.- М.: Физматлит, 2004, -800 с. ISBN5-9221-0058-2 (Т.III).

3. Bastard G. Wave mechanics applied to semiconductors heterostructures. Les Uliss: Les Editions the Physique. 1988. -380 p.

Андижон давлат университети,
Фарғона давлат университети,
2015 йил 25 ноябрда қабул қилинган
(Тақризчи: проф. С.З.Зайнобидинов)