КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ПОСРЕДСТВОМ СИГНАЛЬНЫХ ГРАФОВ

Л.А.КАДЫРОВА

Мақолада мураккаб бошқариш тизимларининг сигналли графлар кўринишидаги компьютер моделлари кўриб чиқилган. Компьютер модели ўрганилаётган бошқариш тизимининг математик наъмунаси бўлиб, ушбу тизимнинг жисмоний модели ўрнида кўрилади. Бунинг натижасида дастлабки бошқариш тизимини ўрганиш даври ва у билан боғлиқ бўлган моддий харажатлар анча қисқаради. Бунда компьютер моделини ҳақиқий бошқариш тизимга мослигига эътибор берилгани ишончли амалий натижаларни олиш кафолатидир.

Калит сўзлар: *бошқариш тизимлари, компьютер модели, сигналли граф, йўл, контур.*

Статья посвящена компьютерным моделям сложных систем управления в виде сигнальных графов. Компьютерная модель позволяет заменить физическую модель системы её математическим аналогом, что существенно сокращает затраты времени, а так же материальных средств, необходимых для изучения системы. Особое внимание уделено адекватности математической

модели реальной системе управления, что позволяет получить наиболее точные результаты исследования этой системы на компьютере.

Ключевые слова: *системы управления, компьютерная модель, сигнальный граф, путь, контур.*

This article is devoted to the study of computer models of complex system of management as a signal graphs. Computer model allows us to substitute physical model system with its mathematical analogs and allows to shorten the time of management as well as the material sources which are necessary to learnt the principles of work of this system. Special attention has been paid to the adequacy of mathematical model of real system of management that allows us to get more exact results in our search.

Key words: *systems of management, computer models, signal graph, contour, way.*

Задача совершенствования производственных процессов, повышения эффективности использования энергии, оптимизация управления автомобилем, путём регулирования скорости непосредственно связана с проектированием современных компьютерных систем управления.

Эффективное управление каким-либо процессом невозможно без его исследования и моделирования. В данной работе в качестве модели рассматривается использование *сигнальных графов и их модификаций.* Преимущество этого метода по сравнению с другими в том, что по сигнальному графу с помощью специальной формулы можно установить связь между переменными системы.

Определение-1. *Сигнальный граф* представляет собой диаграмму, состоящую из нескольких узлов, соединённых между собой направленными ветвями и является графическим средством описания линейных соотношений между переменными системы.

Сигнальные графы особенно важны для систем уравнений с обратной связью, поскольку теория этих систем в первую очередь рассматривает распространение и преобразование сигналов. Основным элементом сигнального графа является однонаправленный отрезок, называемый ветвью, который отражает зависимость от входной и выходной переменной наподобие того, как это делает отдельный блок в структурной схеме. Например, ветвь, связывающая выход двигателя постоянного тока $\theta(s)$ с напряжением возбуждения $V_f(s)$, изображена на рис. 1.

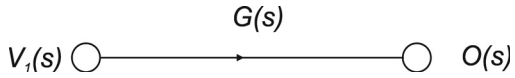

Рис.1. **Сигнальный граф двигателя постоянного тока**

Точки входа и выхода называются узлами. Преобразование каждой переменной охарактеризовано надписью около направленной стрелки. Все ветви, выходящие из узла, передают сигнал другому (выходному) узлу каждой ветви, причём однонаправлено. Сумма всех сигналов входящих в узел, образует соответствующую этому узлу переменную.

Определение-2. *Путь* – это ветвь или последовательность ветвей, которые могут быть проведены из одного узла к другому.

Определение-3. *Контур* - это замкнутый путь, который начинается и заканчивается в одном и том же узле, причём вдоль этого пути ни один другой узел не встречается дважды.

Определение-4. *Некасающимися* называются такие контуры, которые не имеют общего узла. Два касающихся контура имеют один или более общих узлов. Рассмотрим рис.2.

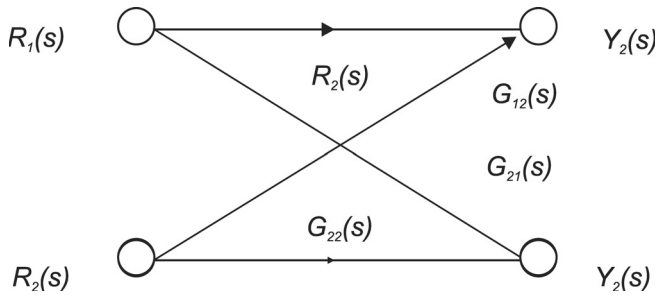

Рис.2. **Сигнальный граф для системы с перекрёстными связями.**

Можно записать:

$$Y_1(s)=G_{11}(s)R_1(s)+ G_{12}(s)R_2(s) \qquad (1)$$

$$Y_2(s)=G_{21}(s)R_1(s)+ G_{22}(s)R_2(s) \qquad (2)$$

Сигнальный граф – это просто наглядный метод записи системы алгебраических уравнений, показывающий взаимосвязь между переменными.

В качестве ещё одного примера рассмотрим систему алгебраических уравнений:

$$a_{11}x_1+a_{12}x_2+r_1=x_1, \qquad (3)$$

$$a_{21}x_1+a_{22}x_2+r_2=x_2 \qquad (4)$$

где r_1, r_2 – входные переменные. Сигнальный граф, соответствующий уравнениям (3), (4) изображён на рис.3.

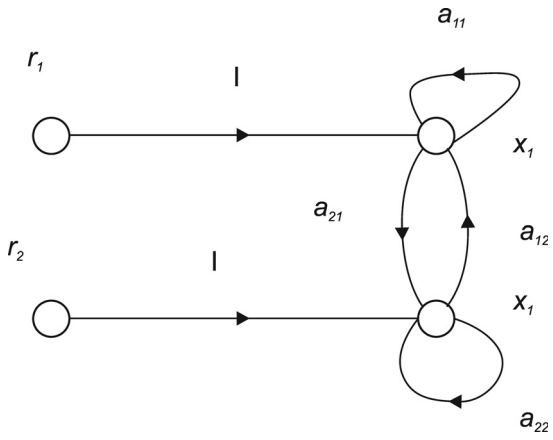

Рис.3. Сигнальный граф для двух алгебраических уравнений

Уравнения (3), (4) можно записать в ином виде:

$$x_1(1-a_{11})+x_2(-a_{12})=r_1 \qquad (5)$$

$$x_1(1-a_{21})+x_2(-a_{22})=r_2 \qquad (6)$$

Решая последнюю схему по правилу Крамера, получим:

$$x_1 = \frac{(1-a_{22})r_1 + a_{12}r_2}{(1-a_{11})(1-a_{22}) - a_{12}a_{21}} = \frac{(1-a_{22})}{\Delta} r_1 + \frac{a_{12}}{\Delta} r_2 \qquad (7)$$

$$x_2 = \frac{(1-a_{11})r_2 + a_{21}r_2}{(1-a_{11})(1-a_{22}) - a_{12}a_{21}} = \frac{(1-a_{11})}{\Delta} r_1 + \frac{a_{21}}{\Delta} r_1 \qquad (8)$$

В этих решениях знаменатель равен определителю, составленному из коэффициентов при неизвестных, и его можно записать так:

$$\Delta = (1-a_{11})(1-a_{22}) - a_{12}a_{21} = 1 - a_{11} - a_{22} + a_{11}a_{21} \qquad (9)$$

В данном случае знаменатель равен единице минус коэффициенты передачи отдельных контуров a_{11}, a_{22} и a_{12}, a_{21} плюс произведение коэффициентов передачи двух некасающихся контуров a_{11}, a_{22}. Контуры a_{22} и a_{12}, a_{21} являются касающимися, как и контуры a_{11} и a_{21}, a_{12} .

В решении для x_1 по отношению по входу r_1 числитель равен единице, умноженной на $(1 – a_{22})$, т.е.

значению определителя, не касающегося пути от r_1 к x_1. В решении для x_1 по отношению ко входу r_2 числитель просто равен a_{12}, т.к. этот путь касается всех контуров. Числитель выражения для x_2 симметричен соответствующему числителю для x_1.

В общем случае линейная зависимость T_{ij} между независимой переменной x_i (часто называемой входной переменной) и зависимой переменной x_j определяется по формуле Мейсона:

$$T_{ij} = \frac{\sum_k P_{ijk}\Delta_{ijk}}{\Delta} \qquad (10)$$

где

P_{ijk} - коэффициент передачи –го пути от переменной к переменной ,

Δ - определитель графа,

Δijk - дополнительный множитель для пути P_{ijk}.

А суммирование производится по всем возможным k путям от x_i к x_j. Дополнительный множитель Δ_{ijk} равен определителю всех касающихся контуров при удалении k –го пути. Определитель находится как:

$$\Delta = 1 - \sum_{n=1}^{N} L_n + \sum_{m=1,q=1}^{M,Q} L_m L_q - \sum L_1 L_2 L_3 + \ldots, \qquad (11)$$

где есть коэффициент передачи q –го контура. Таким образом, правило вычисления Δ через значения $L_1, L_2, L_3, \ldots, L_N$ таково:

Δ = 1 - (сумма коэффициентов передачи всех отдельных контуров) +

+(сумма произведений всех возможных комбинаций из 2 некасающихся контуров)-

-(сумма произведений всех возможных комбинаций из 3 некасающихся контуров)+…

Формула Мейсона часто используется в несколько упрощённом виде для определения связи между выходной переменной $Y(s)$ и входной переменной $R(s)$, т.е.

$$T = \frac{\sum_k P_k \Delta_k}{\Delta} \qquad (12)$$

где $T(s) = Y(s) / R(s)$. Коэффициент передачи пути P_k или P_{ijk} определяется как непрерывная последовательность ветвей, простирающихся в направлении, указанном стрелками, причём ни один узел не встречается в этой цепи более одного раза.

Простоту и удобство применения данного метода проиллюстрируем на примере передаточной функции сложной системы [1].

Хотя формула на первый взгляд кажется трудно воспринимаемой, всё же следует помнить, что она представляет обычный процесс суммирования, а не сложных преобразований.

Такая система с несколькими контурами и прямыми путями изображена на рис. 4.

Прямые пути следующие:

$P_1 = G_1G_2G_3G_4G_5G_6$, $P_1 = G_1G_2G_3G_6$, $P_1 = G_1G_2G_3G_4G_8$

Кроме того, имеем следующие контуры:

$L_1 = -G_1G_2G_3G_4G_5H_2$, $L_2 = -G_5G_6H_1$, $L_3 = -G_8H_1$, $L_4 = -G_7H_2G_2$, $L_5 = -G_4H_4$, $L_6 = -G_1G_2G_3G_4G_5G_6H_3$,

$L_7 = -G_1G_2G_7G_6H_3$, $L_8 = -G_1G_2G_3G_4G_8H_3$

Контур L_5 не касается контура L_4 или контура L_7, контур L_3 не касается контура L_4 - все остальные контуры являются касающимися. Поэтому определитель графа

$$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6 + L_7 + L_8) + (L_5L_7 + L_5L_4 + L_3L_4) \qquad (13)$$

Дополнительные множители:

$$\Delta_1 = \Delta_3 = 1 \text{ и } \Delta_2 = 1 - L_5 = 1 + G_4H_4 \qquad (14)$$

Окончательно, передаточная функция имеет вид:

$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{P_1 + P_2\Delta_2 + P_3}{\Delta} \qquad (15)$$

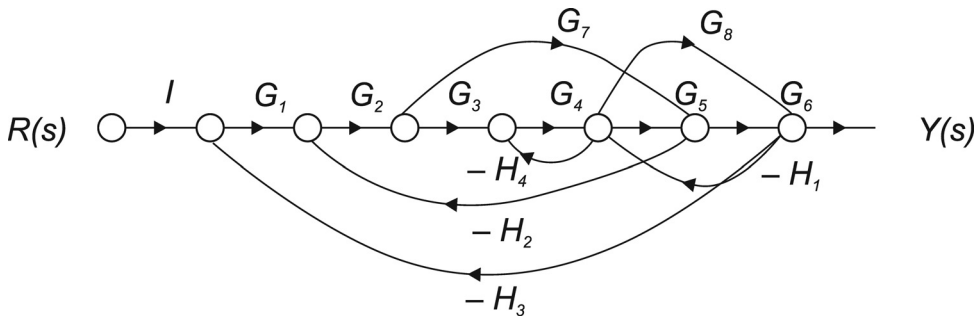

Рис.4. Многоконтурная система.

Следующий пример посвящён вычислительной схеме сложных систем с управляемой структурой. В работе [2] на основе условия существования и единственности решений логико-дифференциальных уравнений сформулирована система аксиом. Эта аксиоматика иерархически объединяет две фундаментальные модели: динамической дифференциальной системы (нижний уровень) и конечного автомата (верхний уровень) и одновременно определяет вычислительную схему для моделирования систем с управляемой структурой. Математическая модель такой системы согласно [3] описывается следующим образом:

$$\left.\begin{aligned} &\bar{x}(t) = \sum_{s\in S} L_s^f f_s(\bar{x},\bar{u},t), f_s \in F \\ &\bar{u}(t) = \sum_{k\in K} L_k^u u_k(t), \bar{u}_k \in U \\ &L_s^f \in L_j^f, L_k^u \in L^u, L_k^u \in [0,1] \end{aligned}\right\} \qquad (16)$$

С помощью этой математической модели можно получить численную реализацию динамики функционирования системы с одной стороны и произвести аналитические исследования – с другой.

Математическими аналогами таких моделей являются гибридные графы, объединяющие графы потоков сигналов (сигнальные графы) и графы переходов. Из гибридного графа (см. рис.5) совершенно строго выделяется граф переходов автомата A^f, в соответствии с которым строится таблица переходов. Функции L_{ij} являются неоднородными логическими функциями, область определения которых включает конечное множество логических переменных s_{k1}, s_{k2} …, s_{kn} счётное множество тактов времени t_k и предикаты от фазовых координат $x(t)$, входов $u(t)$ и переменных $\omega(t)$. Из гибридного графа видно также, что порядок следования дискретных переходов не единственный. Это означает, что для логико-динамической системы понятие единственности решения не имеет смысла и требует доопределения для получения единственного решения. Доопределяющим элементом в данном случае является путь в автомате - последовательность попарно чередующихся символов a_i и L_{ij}. Для рассматриваемого случая *путём* будет: $l=a_0L_{01}a_1L_{12}a_2L_{23\ldots}a_lL_{ij,}$ (17)

Для любого ρ = 1,2,..., j состояние α_ρ переводится входом $L_{\rho i}$ в состояние a_{ij}. Слово $h = L_{01}L_{12}...L_{ij}$, получающееся в результате удаления из пути l символов внутренних состояний a_l будет входным, единственным образом определяющим путь l_0 из начального состояния a_0. Следовательно, выход $y_L(t)$ логико-динамической системы определяется единственным образом вдоль заданного пути l, который эквивалентен паре ($a\rho$, h). Существенным для A^u и A^f является взаимно-однозначное соответствие внутренних состояний A = {a_{ij}} и выходов L = {L_{ij}}.

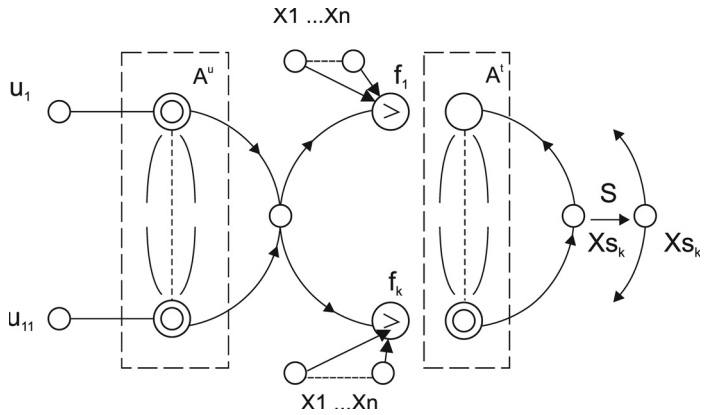

Рис.5. Гибридный граф логико-динамической системы.

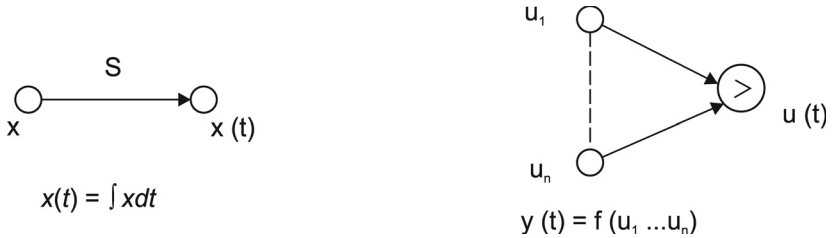

Рис.6. Элементы графа потоков сигналов

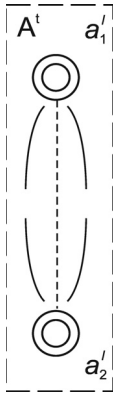

Рис. 7. Элементы графа переходов.

Практическое применение гибридных графов для анализа такого класса систем обеспечивает информацию, необходимую для численного моделирования динамических процессов на компьютерах.

Литература:

1. Современные системы управления / Р.Дорф, Р.Бишоп. Пер с англ. Б.И.Копылова. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2002.

2. Жук К.Д. Вопросы аксиоматического подхода к построению теории ЛДСУ. // Автоматика. – 1971. – №5. – с. 6.

3. Жук К.Д., Каххаров Т. Исследование устойчивости систем логико-динамического класса в задачах системного проектирования. – Т.: Фан, 1982.

Андижон давлат университети,
2013 йил 25 апрелда қабул қилинган
(Тақризчи: ф-м.ф.д. А.Расулов)