АНАЛИЗ АБСОЛЮТНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ СИНГУЛЯРНО-ВОЗМУЩЕННЫХ КРУПНОМАСШТАБНЫХ СИСТЕМ ПРИ СТРУКТУРНЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ (НЕРАВНОМЕРНОЕ ГРАДУИРОВАНИЕ ВРЕМЕННОЙ ШКАЛЫ)

В.Г.МИЛАДЖАНОВ, Р.В.МУЛЛАЖОНОВ, К.Х.ТУРГУНОВА, Ж.В.МУЛЛАЖОНОВА

Сингуляр тойиган йирик масштабли системаларнинг турғунлиги масаласи ўрганилган, аммо унинг абсолют турғунлиги қаралмаган эди. Ушбу ишда Лурье типидаги сингуляр – тойиган йирик масштабли системалар абсолют турғунлигининг етарли шартлари хосил қилинган.

Калит сўзлар: *турғунлик, абсолют турғунлик, сингуляр тойиган, йирик масштабли система.*

Устойчивость сингулярно-возмущенных крупномасштабных систем изучена достаточно полно, но абсолютная устойчивость еще не исследована. В этой работе получены достаточные условия абсолютной устойчивости сингулярно-возмущенных крупномасштабных систем при структурных возмущениях типа Лурье.

Ключевые слова: *устойчивость, абсолютная устойчивость, сингулярно-возмущенный, крупномасштабная структура.*

In this article the author tries to show that stability of singularindignant large scale systems have been studied well enough. As a result of experiments the author could manage to receive enough conditions of absolute stability of singular-indignant large scale systems of Lure type.

Key words: *stability, larg scale, singular-indignant.*

Крупномасштабные системы с сингулярным возмущением характеризуются наличием нескольких малых параметров m_i, $m_i>0$, при старших производных системах уравнений возмущенного движения. Существование этих параметров часто приводит к тому, что матрица агрегирования исходной системы зависит от них. Такая зависимость существенно затрудняет получение допустимой верхней оценки для значений параметров m_i, удовлетворящих определенным условиям.

Рассмотрим сингулярно-возмущенную КМС типа систем Лурье.

$$\frac{dx_i}{dt} = A_i x_i + \sum_{i=1}^{q} S_{il}^{(1)} A_{il} y_l + q_{i1} f_{i1}(\sigma_{i1}),$$

$$\sigma_{i1} = c_{i1}^T x + c_{i2}^T, \quad \forall i = 1,2,...,q, \qquad (1)$$

$$\mu_i \frac{dy_i}{dt} = \sum_{l=1}^{q} \mu_i S_{q=i,l}^{(1)} B_{il} x_l + B_i y_i + q_{i2} f_{i2}(\sigma_{i2}) + q_{i3} f_{i3}(\sigma_{i3}),$$

$$\sigma_{i2} = \mu_i c_{i3}^T x_i + c_{i4}^T y_i \qquad \sigma_{i3} = \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^{q} (\mu_i c_{l5}^T S_{q+i,l}^{(2)} x_l + c_{l6}^T S_{q+i,l}^{(3)} y_l),$$

$$i = 1,2,...,q, \; 2q = s$$

где

все матрицы и векторы соответствующего порядка, причем

$$S_{il}^{(1)}, \quad S_{q+i,l}^{(1)}, \quad S_{q+i,l}^{(2)}, \quad S_{q+i,l}^{(3)}$$

диагональные матрицы.

Пусть

$$S_i = \begin{bmatrix} S_{i1}^{(1)} & S_{i2}^{(1)}...S_{ii-1}^{(1)} & I & S_{ii=1}^{(1)}...S_{iq}^{(1)} \\ S_{q+i,1}^{(1)} & S_{q+i,2}^{(1)}...S_{q+i,i-1}^{(1)} & I & S_{q+i,l+1}^{(1)}...S_{q+i,q}^{(1)} \\ S_{q+i,1}^{(2)} & S_{q+i,2}^{(2)}...S_{q+i,i-1}^{(2)} & O & S_{q+i,i+1}^{(2)}...S_{q+i,q}^{(2)} \\ S_{q+i,1}^{(3)} & S_{q+i,2}^{(3)}...S_{q+i,i-1}^{(3)} & O & S_{q+i,i+1}^{(3)}...S_{q+i,q}^{(3)} \end{bmatrix},$$

$$S = diag\{S_1, S_2, ..., S_q\}.$$

Структурное множество определим формулой

$$\hat{O}_s = \{S : 0 \le S_{jl}^{(k)} \le I,\ S_{ii}^{(1)} = S_{q+i,i} = I;\ S_{q+i,i}^{(2)} = S_{q+i,i}^{(3)} = 0,\ i,l = 1,2,...2q,\ \ k = 1,2,3\},$$

где I -единичная матрица соответствующей размерности.

Независимые, сингулярно-возмущенные подсистемы, соответствующие системе (1), получаются подстановкой x^i и y^i вместо x и y:

$$\begin{aligned} &\frac{dx_i}{dt} = A_i x_i + A_{ii} y_i + q_{i1} f_{i1}(\tilde{\sigma}_{i1}), \\ &\tilde{\sigma}_{i1} = c_{i1}^T x^i + c_{i2}^T y^i, \quad \forall i = 1,2,...,q, \\ &\mu_i \frac{dy_i}{dt} = \mu_i B_{ii} x_i + B_i y_i + q_{i2} f_{i2}(\sigma_{i2}), \\ &\sigma_{i2} = \mu_i c_{i3}^T x^i + c_{i4}^T y^i \quad \sigma_{i3} = \sum_{\substack{l=1 \\ l \ne i}}^{q} (\mu_i c_{i5}^T S_{q+i,l}^{(2)} x^i + c_{l6}^T S_{q+i,l}^{(3)} y^i), \\ &i = 1,2,...,q, \quad 2q = s \end{aligned} \tag{2}$$

где

$$x^i = (0^T,...,0^T, x_i^T, 0^T,...,0^T)^T \in R^n,\ x_i \in R^{n_i}, n_1 + n_2 + ... + n_q = n,$$
$$y^i = (0^T,...,0^T, y_i^T, 0^T,...,0^T)^T \in R^m,\ \ y_i \in R^{mi},\ \ m_1 + ... + m_q = m..$$

При этом система (1) примет вид

$$\begin{aligned} &\frac{dx_i}{dt} = f_{i0} + f_i^* + f_i^{**},\ \ i = 1,2,...,q, \\ &\frac{dy_i}{dt} = g_{i0} + g_i^* + g_i^{**},\quad i = 1,2,...,q. \end{aligned} \tag{3}$$

Здесь вектор - функции $f_{i0}\ u\ g_{i0}$ соответствуют независимой вырожденной подсистеме

$$\frac{dx_i}{dt} = A_i x_i + q_{i1} f_{i1}(\tilde{\sigma}_{i1}^0), \quad \tilde{\sigma}_{i1}^0 = c_{i1}^T x^i \tag{4}$$

и подсистеме, описывающей граничный слой

$$\mu_i \frac{dy_i}{dt} = B_i y_i + q_{i2} f_{i2}(\sigma_{i2}^0),\ \ \sigma_{i2}^0 = c_{i2}^T y_i \tag{5}$$

Вектор - функции $f_{i0} + f_i^*$ и $g_{i0} + g_i^*$ соответствуют независимым сингулярно-возмущенным подсистемам (1).

Вместе с системой (1) и подсистемами (2), (4), (5) будем рассматривать матрицу-функцию

$$U(t,x,y,M) = \begin{bmatrix} U_{11}(t,x) & U_{12}(t,x,y,M) \\ U_{12}^T(t,x,y,M) & U_{22}(t,y,M) \end{bmatrix} \tag{6}$$

где

$U_{11}(t,x)=[v_{ij}(t,.)]$, $v_{ij}=v_{ij}(t,x_i)$, $v_{ji}=v_{ij}(t,x_i,x_j)$, i,j=1,2,…,q ;

$U_{22}(t,y,M)=[v_{q+i,q+j}^{*}(t,.)]$, $v_{q+i,q+j}^{*}=m_i v_{q+i,q+j}^{*}(t,y_i)$

$v_{q+i,q+j}^{*}=v_{q+i,q+j}^{*}=m_i m_j v_{q+i,q+j}^{*}(t,y_i,y_i)$, i,j=1,2,…,q

$U_{12}(t,x,y,M)=[m_j v_{i,q+j}(t,x_i,y_j)]$, i,j=1,2,..,q, 2q=s;

для элементов которой выполняются следующие оценки

а) $\underline{\alpha}_{\hat{i}}\phi_{i1}(x_i)\phi_{j1}(x_j)\le v_{ij}(t,.)\le\overline{\alpha}_{ij}\phi_{i2}(x_i)\phi_{j2}(x_j)$,

“(t, x_i y_j)ÎRxN$_{ix}$xN$_{jx}$,i,j=1,2,…,q, j³i;

б) $\underline{\alpha}_{q+i,q+j_\phi}\ \psi_{i1}(y_i)\psi_{j1}(y_j)\le v_{q+i,q+}j(t,.)£\overline{\alpha}_{q+i,q+j}$ xY$_{i2}$(y$_i$)Y$_{j2}$(y$_i$), “(t,y$_i$, y$_j$)ÎRx N$_{iy}$ xN$_{jy}$,

(j³i)Î[1,q]

в) $\underline{\alpha}_{i,q+j}\phi_{i1}(x_i)\psi_{j1}(y_j)\le v_{i,q+j}(t,x_i,y_j)\le\overline{\alpha}_{i,q+j}\times\phi_{i2}(x_i)\psi_{j2}(y_j)$,

«(t, x_i, y_i)ÎR´N$_{ix}$´N$_{jy}$ i,j=1,2,…,q.

С помощью матрицы-функции (6) и постоянного вектора $\eta\in R_+^s$ вводится функция

$$V(t,x,y,M)=h^TU(t,x,y,M)h \qquad (7)$$

и рассматривается выражение верхней правой производной Дини

$$D^+V(t,x,y,M)=h^TD^+U(t,x,y,M)h,$$
$$(8)$$
$$D^+U(t,x,y,M)=[D^+v_{r,k}(t,\dots)],\ r,k=1,2,\dots,S$$

Для функции (7) имеет место следующее утверждение.

Лемма 1. Если выполняются оценки а), б), в), то для функции (7) выполняется двусторонняя оценка

$$u_1^TA(M)u_1£V(t,x,y,M)£u_2^TB(M)u_2,$$
$$“(t,x,y,M)ÎRxN_x x\ N_y xM,$$

где

$$N_xÍN_{1x}x\ N_{2x}x\ \dots xN_{qx},\ N_yÍN_{1y}x\ N_{2y}x\ \dots xN_{qy},$$
$$u_k^T=(j_{1k}(x_1),\dots,j_{qk}(x_q),Y_{1k}(y_1),\dots,Y_{qk}(y_q)),\ k=1,2$$
$$A(M)=H^TA_1(M)H,\ B(M)=H^TA_2(M)H,$$
$$H=\mathrm{diag}\{h_1,h_2,\dots,h_S\},\ s=2q,$$

$$A_1(M)=\begin{bmatrix}A_{11} & A_{12}(M)\\ A_{12}^T(M) & A_{22}(M)\end{bmatrix},\ A_2(M)=\begin{bmatrix}\overline{A}_{11} & \overline{A}_{12}(M)\\ \overline{A}_{12}^T(M) & \overline{A}_{22}(M)\end{bmatrix},$$

$$A_{11}=[\underline{\alpha}_{ij}],\ \underline{\alpha}_{ij}=\underline{\alpha}_{ij},\ \bar{A}_{11}=[\overline{\alpha}_{ij}],\ \overline{\alpha}_{ij=}\overline{\alpha}_{ji},$$

$$A_{12}(M)=[\mu_j\underline{\alpha}_{i,q+j}],\ \bar{A}_{12}(M)=[\mu_j\overline{\alpha}_{i,q+j}],$$

$$A_{22}(M)=[\mu_{ij}*\underline{\alpha}_{q+i,q+j}],\ \underline{\alpha}_{q+i,q+j}=\underline{\alpha}_{q+j,q+i},$$

$$\overline{A}_{22}(M)=[\mu_{ij}^{*}\overline{\alpha}_{q+i,q+j}],\ \overline{\alpha}_{q+i,q+j}=\overline{\alpha}_{q+j,q+i},$$

$$m_{ij}*=\begin{cases}\mu_i & при\quad i=j,\\ \mu_i\mu_j & при\quad i\neq j,\end{cases}\quad i,\ j=1,2,\ldots,q.$$

Доказательство. Пусть выполняются оценки а), б), в). Тогда для функции (7) имеем последовательность неравенств

$$V(t,x,y,M)=\sum_{i=1}^{q}h_i^2 v_{ii}(t,x_i)+2\sum_{i=1}^{q}\sum_{\substack{j=2\\ j>i}}^{q}h_ih_j v_{ij}(t,x_i,x_j)+\sum_{i=1}^{q}h_{q+1}^2 m_i v_{q+i,q+j}(t,y_i)+$$

$$+2\sum_{i=1}^{q}\sum_{\substack{j=2\\ j>i}}^{q}h_{q+i}h_{q+j}m_im_j v_{q+i,q+j}+2\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=2}^{q}h_ih_{q+j}m_j v_{i,q+j}(t,x_i\,y_i)^3\sum_{i=1}^{q}h_i^2\underline{\alpha}_{ij}j_{i1}^2+$$

$$+2\sum_{i=1}^{q}\sum_{\substack{j=1\\ j>i}}^{q}h_ih_j\underline{\alpha}_{ij}j_{i1}(x_i)j_{j1}(x_j)+\sum_{i=1}^{q}h_{q+i}^2m_i\underline{\alpha}_{q+i,q+i}\psi_{i1}^2(y_i)+$$

$$+2\sum_{i=1}^{q}\sum_{\substack{j=1\\ j>i}}^{q}h_{q+i}h_{q+j}m_im_j\underline{\alpha}_{q+i,q+j}\psi_{i1}(y_i)\,\psi_{j1}(y_j)+2\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=2}^{q}h_ih_{q+j}m_j\underline{\alpha}_{i,q+j}j_{i1}(x_i)\,\psi_{j1}(y_j)=$$

$$=(\varphi_{11}(x_1),\ldots,\varphi_{q1}(x_q),\ \psi_{11}(y_1),\ldots,\ \psi_{q1}(y_q))^{T}\mathrm{diag}\{h_1,\ldots,\eta_{2q}\},\ x\begin{bmatrix}A_{11} & A_{12}(M)\\ A_{12}^{T}(M) & A_{22}(M)\end{bmatrix}x$$

$$x\ \mathrm{diag}\{\eta_1,\eta_2,\ldots,\eta_{2q}\}x(\varphi_{11}(x_1),\ldots,\varphi_{q1}(x_q),\ \psi_{11}(y_1),\ldots,\ \psi_{q1}(y_q))=u_1^{T}A(M)\ u_1$$

Аналогично доказывается верхняя оценка.

Пусть для системы (1) построена МФ (6) с элементами

$$v_{ij}(x_i,y_j)=v_{ji}(x_i,y_j)=x_i^{T}P_{ij}x_j,\ i,j=1,2,\ldots,q;$$

$$v_{i,q+j}(x_i,y_j)=x_i^{T}P_{i,q+j}y_j,\ i,j=1,2,\ldots,q,\ 2q=S,\quad (9)$$

$$v_{q+i,q+j}(y_i,y_j)=v_{q+j,q+i}(y_i,y_j)=y_i^{T}P_{q+i,q+j}y_j,\ i,j=1,2,\ldots,q,$$

где P_{ii}, $P_{q+i,q+i}$-симметрические ,положительно-определенные матрицы.

Для функций (9) выполняются оценки

а) $\lambda_m(P_{ii})\|x_i\|^2\le v_{ii}(x_i)\le\lambda_M(P_{ii})\|x_i\|^2$, $\forall x_i\in_{ix0}$, $i\in[1,q]$;

б) $l_m(P_{q+i,q+i})\|y_i\|^2\le v_{q+i,q+i}(y_i)\le\lambda_M(P_{q+i,q+i})\|y_i\|^2$, $\forall y_i\in N_{iy0}$, $\forall i\in[1,q]$,

в) $-\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{ij}P_{ij}^{T})\|x_i\|\cdot\|x_j\|\le v_{ij}(x_i,x_j)\le\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{ij}P_{ij}^{T})\|x_i\|\|x_j\|$, $\forall(x_i,x_j)\in N_{ix0}xN_{ix0}$,

$\forall i,j=1,2,\ldots,q$, $i\neq j$; (10)

г) $-\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{q+i,q+j}P_{q+i,q+j}^{T})\|y_i\|\|y_j\|\le v_{q+i,q+j}(y_i,y_i)\le\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{q+i,q+j}P_{q+i,q+j}^{T})\|y_i\|\|y_j\|$,

$\forall(y_i,y_i)\in N_{iy0}xN_{iy0}$, $\forall i,j=1,2,\ldots,q$, $i\neq j$;

д) $-\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{i,q+j}P_{i,q+j}^T)\|x_i\|\|y_j\| \le v_{i,q+j}(x_i,y_j) \le \lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{i,q+j}P_{i,q+j}^T)\|x_i\|\|y_j\|$,

$\forall(x_i y_j)\in N_{ix0}xN_{jy0}$, i,j=1,2,…,q

где $\lambda_m(P_{ii})$ и $\lambda_m(P_{q+i,q+i})$-минимальные собственные числа, $\lambda_M(P_{ii})$ и $\lambda_M(P_{q+i,q+i})$-максимальные собственный числа матриц P_{ii} и $P_{q+i,q+i}$ соответственно; $\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{ij}P_{ij}^T)$, $\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{q+i,q+j}P_{q+i,q+j}^T)$, $\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{i,q+j}P_{i,q+j}^T)$ -норма матриц P_{ij}, $P_{q+i,q+j}$, $P_{i,q+j}$ соответственно .

При выполнении оценок (10) для функции (7) с элементами (9) имеет место двустороннее неравенство

$$u^TA(M)u \le V(x,y,M) \le u^TB(M)u.$$

Здесь матрицы A(M) и B(M) определяются так, как и в лемме 1,

$u^T=(\|x_1\|,\|x_2\|,...,\|x_q\|,\|y_1\|,\|y_2\|,...,\|y_q\|)$,

$\underline{\alpha}_{ii}=\lambda_m(P_{ii})$, $\underline{\alpha}_{q+i,q+j}=\lambda_m(P_{q+i,q+i})$, $\underline{\alpha}_{ij}=-\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{ij}P_{ij}^T)$,

$\underline{\alpha}_{q+i,q+j}=-\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{q+i,q+j}P_{q+i,q+j}^T)$, $\underline{\alpha}_{i,q+j}=-\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{q+i,q+j}P_{q+i,q+j}^T)$,

$\overline{\alpha}_{ii}=\lambda_M(P_{ii})$, $\overline{\alpha}_{q+i,q=i}=\lambda_M(P_{q+i,q+i})$, $\overline{\alpha}_{ij}=-\underline{\alpha}_{ij}$,

$\overline{\alpha}_{q+i,q=i}=\underline{\alpha}_{q+i,q+j}$, $\overline{\alpha}_{i,q+j}=\underline{\alpha}_{i,q+j}$, $\forall i,j\in[1,q]$.

Лемма 2. Для производных Дини функций (9) выполняются оценки:

а) $\eta_i^2(D_{x_i}^+ v_{ii})^T f_{i0} \le \rho_{1i}\|x_i\|^2$, $\forall x_i \in N_{ix_0}$, $\forall i\in[1,q]$

б) $\eta_{q+i}^2(D_{y_i}^+ v_{q+i,q+i})^T g_{i0} \le \rho_{2i}\|y_i\|^2$, $\forall y_i \in N_{iy_0}$, $\forall i\in[1,q]$

в) $\eta_i^2(D_{x_i}^+ v_{ii})^T f_{i0}^* + \eta_{q+i}^2(D_{q+i}^+ v_{q+i,q+i})^T g_i^* + 2\eta_i\eta_{q+i}\{\mu_i(D_{x_i}^+ v_{i,q+i})^T(f_{i0}+f_i^*)+$

$+(D_{y_i}^+ v_{i,q+i})^T(g_{i0}+g_i^*)\} \le (\rho_{3i}+\mu_i\rho_{4i})\|x_i\|^2 + 2(\rho_{5i}+\mu_i\rho_{6i})\|y_i\|^2 + 2(\rho_{7i}+$

$+\mu_i\rho_{8i})\|x_i\|\|y_i\|$, $\forall(x,y,M)\in N_{ix_0}\times N_{iy_0}\times M$, $i=1,2,...,q$;

б) $\sum_{i=1}^q \eta_i^2(D_{x_i}^+ v_{ii})^T f_i^{**} + \sum_{i=1}^q \eta_{q+i}^2(D_{y_i}^+ v_{q+i,q+i})^T g_i^{**} + 2\sum_{i=1}^q \eta_i\eta_{q+i}\{\mu_i(D_{x_i}^+ v_{i,q+i})^T f_i^{**} +$

$+(D_{y_i}^+ v_{i,q+i})^T g_i^{**}\} + 2\sum_{i=1}^q\sum_{\substack{j=2\\ j>i}}^q \eta_i\eta_j\{(D_{x_i}^+ v_{ij})^T(f_{i0}+f_i+f_i^{**}) + (D_{x_j}^+ v_{ij})^T(f_{j0}+f_j^* +$

$+f_j^{**})\} + \sum_{i=1}^q\sum_{\substack{j=2\\ j>i}}^q \eta_{q+i}\eta_{q+j}\{\mu_i(D_{y_i}^+ v_{q+i,q+j})^T(g_{i0}+g_i^*+g_i^{**}) + \mu_i(D_{y_i}^+ v_{q+i,q+j})^T(g_{i0} +$

$+g_i^*+g_i^{**})\} + 2\sum_{i=1}^q\sum_{\substack{j=1\\ (j\ne i)}}^q \eta_i\eta_{q+j}\times\{\mu_j(D_{x_i}^+ v_{i,q+j})^T(f_{i0}+f_i^*+f_i^{**}) + (D_{y_j}^+ v_{i,q+j})^T(g_{i0}+g_i^* +$

$$+g_i^{**})\} \le \sum_{i=1}^{q}\{(\rho_{9i}(S)+\mu_i\,\rho_{10i}(S))\|x_i\|^2+\rho_{11i}(S)\|y_i\|^2+2\sum_{i=1}^{q}\sum_{\substack{j=2\\ j\rangle i}}^{q}\{(\rho_{1ij}(S)+\mu_i\,\rho_{2ij}(S))\|x_i\|\|x_j\|+$$

$$+(\rho_{3ij}(S)+\mu_i\,\rho_{4ij}(S)+\mu_j\,\rho_{5ij}(S))\|y_i\|\|y_j\|\}+2\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}(\rho_{6ij}(S)+\mu_i\,\rho_{7ij}(S)+\mu_i\,\mu_j\,\rho_{8ij}(S))\|x_i\|\|y_j\|,$$

$$\forall\,(x_i,y_i,M,S)\in N_{ix_0}\times N_{iy_0}\times M\times \Phi_S,$$

где $\rho_{\alpha i},\alpha=1,2,3,4,5,6,\ i\in[1,q],\ \rho_{\beta i}(S),\ \beta=9,10,11,\ i\in[1,q]$ – максимальные собственные числа матриц

$\eta_i^2[p_{ii}A_i+A_i^Tp_{ii}+p_{ii}k_{i1}^*q_{i1}(c_{i1}^i)^T+(k_{i1}^*q_{i1}(c_{i1}^i)^T)^Tp_{ii}];$

$\eta_{q+i}^2[p_{q+i,q+i}B_i+B_i^Tp_{q+i,q+i}+p_{q+i,q+i}k_{i2}^*q_{i2}(c_{i2}^i)^T+(k_{i2}^*q_{i2}(c_{i2}^i)^T)^Tp_{q+i,q+i}];$

$\eta_i^2[p_{ii}k_{i1}^*q_{i1}(c_{i1}^i)^T+(k_{i1}^*q_{i1}(c_{i1}^i)^T)^Tp_{ii}];\ \frac{1}{2}\eta_i\eta_{q+i}(p_{i,q+i}B_{ii}+B_{ii}^Tp_{i,q+i}^T+p_{i,q+i}k_{i2}^*q_{i2}c_{i3}^T+(k_{i2}^*q_{i2}c_{i3}^T)^Tp_{i,q+i}^T);$

$\eta_{q+i}^2[p_{q+i,q+i}k_{i2}^*q_{i2}c_{i4}^T+(k_{i2}^*q_{i2}c_{i4}^T)^Tp_{q+i,q+i}];$

$\frac{1}{2}\eta_i\eta_{q+i}(p_{i,q+i}A_{ii}+A_{ii}^Tp_{i,q+i}^T+p_{i,q+i}k_{i1}^*q_{i1}(c_{i2}^i)^T+(k_{i1}^*q_{i1}(c_{i2}^i)^T)^Tp_{i,q+i});$

$\eta_i^2[p_{ii}k_{i1}^*q_{i1}(c_{i1}^i)^T+(k_{i1}^*q_{i1}(c_{i1}^i)^T)^Tp_{ii}]+\sum_{\substack{j=2\\ j>i}}^{q}\eta_i\eta_j\{(k_{j1}^*q_{j1}(c_{j1}^*)^T)^Tp_{ji}+p_{ji}^Tk_{j1}^*q_{j1}(c_{j1}^i)^T\};$

$\eta_i\eta_{q+i}[p_{i,q+i}k_{i3}^*q_{i3}c_{i5}^TS_{q+i,i}^{(2)}+(k_{i3}^*q_{i3}c_{i5}^TS_{q+i,i}^{(2)})^Tp_{i,q+i}^T];$

$\eta_i\eta_{q+i}[p_{i,q+i}^Tk_{i1}^*q_{i1}(c_{i2}^i)^T+(k_{i1}^*q_{i1}(c_{i2}^i)^T)^Tp_{i,q+i}+p_{q+i,q+i}^Tk_{i3}^*q_{i3}c_{i6}^TS_{q+i,i}^{(3)}+(k_{i3}^*q_{i3}c_{i6}^T)^Tp_{q+i,q+i}]$

оответственно,

$\rho_{7i},\rho_{8i},\rho_{kij}(S),\ k=1,2,...,8,\quad i,j=1,2,...,q-$ нормы матриц

$\eta_i^2p_{ii}(A_{ii}+k_{i1}^*q_{i1}(c_{i2}^i)^T)+\eta_i\eta_{q+i}p_{i,q+i}(B_i+k_{i2}^*q_{i2}c_{i4}^T);$

$\eta_{q+i}^2(B_{ii}^T+(k_{i2}^*q_{i2}c_{i3}^T)^T)p_{q+i,q+i}+\eta_i\eta_{q+i}(A_i+(k_{i1}^*q_{i1}(c_{i1}^i)^T)^T)p_{i,q+i};$

$\eta_i^2p_{ii}k_{i1}^*q_{i1}(c_{i1}^j)^T+\eta_i\eta_j(p_{ij}A_j+A_i^Tp_{ij})+\sum_{l=1}^{j-1}\eta_l\eta_j\{p_{li}^Tk_{l1}^*q_{l1}(c_{l1}^j)^T+(k_{l1}^*q_{l1}(c_{l1}^j)^T)^Tp_{lj}\}+$

$+\sum_{l=1}^{j-1}\{\eta_i\eta_lp_{li}k_{l1}^*q_{l1}(c_{l1}^j)^T+\eta_l\eta_j(k_{l1}^*q_{l1}(c_{l1}^j)^T)^Tp_{lj}\}+\sum_{l=j}^{q}\{\eta_i\eta_lp_{il}k_{l1}^*q_{l1}(c_{i1}^i)^T+\eta_j\eta_l(k_{l1}^*q_{l1}(c_{i1}^j)^T)^Tp_{jl}^T\};$

$\eta_i\eta_{q+i}p_{i,q+i}(S_{q+i,j}^{(1)}B_{ij}+k_{i3}^*q_{i3}c_{j5}^TS_{q+i,j}^{(2)})+\sum_{\substack{l=1\\ l\ne i}}^{q}\eta_i\eta_{q+l}p_{i,q+l}(S_{q+l}^{(1)}B_{lj}+k_{l3}^*q_{l3}c_{j5}^TS_{q+l,j}^{(2)});$

$p_{i,q+i}^Tk_{i1}^*q_{i1}(c_{i2}^j)^T+\eta_i\eta_{q+i}(k_{i1}^*q_{i1}(c_{i2}^j)^T)^Tp_{i,q+i};$

$$\eta_{q+i}\eta_{q+j}p_{q+i,q+j}(B_j + k_{j2}q_{j2}c_{j4}^T) + \eta_i\eta_{q+i}p_{i,q+i}^T(S_{ij}^{(1)}A_{ij}) + \sum_{l=1}^{i-1}\eta_{q+l}\eta_{q+i}p_{q+l,q+i}^T(k_{l3}^*q_{l3}c_{j6}^TS_{q+l,j}^{(3)}) +$$

$$\sum_{l=i}^{q}\eta_{q+i}\eta_{q+l}p_{q+i,q+l}(k_{l3}^*q_{l3}c_{j6}^TS_{q+l,j}^{(3)});$$

$$\eta_{q+i}\eta_{q+j}(B_i^T + (k_{i2}^*q_{i2}c_{i4}^T)^T)p_{q+i,q+j} + \sum_{l=1}^{i-1}\eta_l\eta_ip_{li}^TS_{lj}^{(1)}A_{lj} + \sum_{l=i}^{q}\eta_i\eta_lp_{il}S_{lj}^{(1)}A_{lj} +$$

$$+\sum_{l=1}^{q}\eta_i\eta_{q+l}p_{i,q+l}^T(k_{i1}^*q_{i1}(c_{j2}^l)^T) + \sum_{l=1}^{i-1}\eta_{q+i}\eta_{q+l}p_{q+i,q+l}(k_{l3}^*q_{l3}c_{j6}^TS_{q+l,j}^{(3)}),$$

$$\eta_i^2p_{ii}(S_{ij}^{(1)}A_{ij} + k_{i1}^*q_{i1}(c_{i2}^j)^T) + \eta_i\eta_{q+i}(k_{i1}^*q_{i1}(c_{i1}^j)^T)^Tp_{i,q+i} + \eta_i\eta_{q+j}p_{i,q+j}(B_j + k_{j2}^*q_{j2}c_{i4}^T) +$$

$$\sum_{l=1}^{i-1}\eta_l\eta_ip_{li}^T(S_{lj}^{(1)}A_{lj} + k_{l1}^*q_{l1}(c_{i2}^j)^T) + \sum_{l=i+1}^{q}\eta_i\eta_lp_{il}(S_{lj}^{(1)}A_{lj} + k_{l1}^*q_{l1}(c_{l2}^j)^T) +$$

$$+\sum_{l=1}^{q}\eta_j\eta_{q+l}p_{j,q+l}(k_{l3}^*q_{l3}c_{l6}^TS_{q+l,i}^{(3)});$$

$$\eta_{q+j}^2p_{q+j,q+j}^T(S_{q+j,i}^{(1)}B_{ji} + k_{j3}^*q_{j3}c_{j5}^TS_{q+j,i}^{(2)}) + \eta_i\eta_{q+j}A_i^Tp_{i,q+j} + \sum_{l=1}^{q}\eta_l\eta_{q+j}(k_{l1}^*q_{l1}(c_{l1}^j)^T)^Tp_{l,q+j};$$

$$\sum_{l=1}^{i-1}\eta_{q+l}\eta_{q+i}p_{q+l}^T(S_{q+l}^{(1)}B_{lj} + k_{l3}^*q_{l3}c_{l5}S_{q+l,j}^{(2)}) + \sum_{l=i}^{q}\eta_{q+i}\eta_{q+l}p_{q+i,q+l}(S_{q+l,j}^{(1)}B_{lj} + k_{l3}^*q_{l3}c_{j5}^TS_{q+l,j}^{(2)}) +$$

$$\eta_{q+i}\eta_{q+j}[(k_{i2}^*q_{i2}c_{i3}^T)^Tp_{q+i,q+j} \quad p_{q+i,q+j}(k_{i2}^*q_{i2}c_{i3}^T)];$$

соответственно, здесь $i \neq j$,

$$k_{ij}^* = \begin{cases} k_{ij} & при \quad \sigma_o(S_{ij}^{(r)}q_{ij})^Tp_{ij}x_j > 0,\ i,j = 1,2,...,s;\ r = 1,2; \\ 0 & в остальных\ случаях; \end{cases}$$

$$k_{ii}^{**} = \begin{cases} k_{ii} & при \quad \sigma_o(S_{ii}^{(2)}q_{ii})^Tp_{ii}x_i > 0,\ i = 1,2,...,s; \\ -k_{ii} & при \quad \sigma_{ii}(S_{ii}^{(2)}q_{ii})^Tp_{ii}x_i < 0,\ i = 1,2,...,s, \end{cases}$$

$c_{ij}^k \in R^{nk} - k - я \ \ компонента \ \ вектора \ \ c_{ij}.$

Лемма 3. Пусть выполняются все условия леммы 2. Тогда для полной производной функции (7) с элементами (9)имеет место оценка

$$DV(x,y,M) \le u^T\tilde{G}(M)u$$
$$\forall(x,y,M,S) \in N_{x_0} \times N_{y_0} \times M \times \Phi_S, \qquad (11)$$

где

$$u^T = (\|x_1\|\|x_2\|,...,\|y_q\|,\|y_1\|,\|y_2\|,...,\|y_q\|), \quad \tilde{G}(M) = [\tilde{c}_{ij} + \tilde{\sigma}_{ij}(M)],\ i,j = 1,2,...,s,\ s = 2q.$$

Элементы матриц $\tilde{\mathrm{G}}(\mathrm{M})$ имеют вид

$$\tilde{c}_{ii} = \rho_{1i} + \rho_{3i} + \rho_{9i}(S^*); \qquad \tilde{c}_{ij} = \tilde{c}_{ji} = \rho_{1ij}(S^*), \quad i \neq j;$$
$$\tilde{c}_{q+i,q+i} = \rho_{2i} + \rho_{3i} + \rho_{11i}(S^*); \quad \tilde{c}_{i,q+j} = \tilde{c}_{q+j,q+i} = \rho_{3ij}(S^*), \qquad i \neq j;$$
$$\tilde{c}_{i,q+j} = \rho_{7i}; \quad \tilde{c}_{i,q+j} = \rho_{6ij}(S^*),\ i \neq j = 1,2,...,q;\ \tilde{\sigma}_{ij}(M) = \mu_i(\rho_{4i} + \rho_{10i}(S^*));\ \sigma_{q+i,q+i}(M) = \mu_i\rho_{6i};$$

$$\tilde{\sigma}_{ij}(M) = \tilde{\sigma}_{ji}(M) = \mu_i\rho_{2ij}(S^*), \quad i \neq j; \quad \tilde{\sigma}_{q+i,q+j}(M) = \mu_i\rho_{4ij}(s^*) + \mu_j\rho_{5ij}(S^*), \quad i \neq j;$$
$$\tilde{\sigma}_{i,q+i}(M) = \mu_i\rho_{8i} \quad \tilde{\sigma}_{i,q+j}(M) = \mu_i\rho_{7ij}(S^*) + \mu_i\mu_j\rho_{8ij}(S^*), \quad i \neq j = 1,2,...,q;$$

$S^* \in \Phi_s$ *постоянная матрица такая, что*

$\rho_{ki}(S) \le \rho_{ki}(S^*)$; $\rho_{rij}(S) \le \rho_{rij}(S^*)$, $k = 9,10,11,12$, $r = 1,2,...,9$, $i, j = 1,2,...,q$, $i \ne j$.

Теорема 1. Пусть уравнения сингулярно-возмущенной КМС типа систем Лурье (1) таковы, что для неё построена МФ (6) с элементами (9), удовлетворяющими оценкам (10), и для полной производной Дини от функции (7), а также:

а) матрица A(M) - положительно-определенная при любом $\mu_i \in]0, \tilde{\mu}_{i1}[$ и при $\mu_i \to 0$, $i = 1,2,...,q$;

б)матрица $\tilde{G}(M)$ - отрицательно-определенная при любом $\mu_i \in]0, \tilde{\mu}^*_{i2}[$ и при $\mu_i \to 0, i = 1,2,...,q$.

Тогда состояние равновесия $(x^T y^T)^T = 0$ системы (1) равномерно асимптотически устойчиво при любом $\mu_i \in]0, \tilde{\mu}^*_i[$ и при $\mu_i \to 0$, на φ_s, где $\tilde{\mu}^*_i = \min\{1, \mu_{i1}, \mu^*_{i2}\}$

Если к тому же $N_{ix} = R^{ni}$, $N_{iy} = R^{mi}$, то состояние равновесия $(x^T y^T)^T = 0$ системы (1) равномерно, асимптотически устойчиво в целом при любом $\mu_i \in]0, \tilde{\mu}^*_i[$ $ï ðè\ \mu \to 0\ í à\ \hat{O}_s$.

Здесь $\tilde{\mu}_{i1}$ и $\tilde{\mu}_{i2}$ определяются из условий положительной определенности матрицы A(M) и отрицательной определенности матрицы $\tilde{G}(M)$ соответственно.

Литература:

1 . Груйич Л.Т., Мартынюк А.А., Риббенс-Павелла М. Устойчивость крупно-масштабных систем при структурных и сингулярных возмущениях. – Киев: Наук. Думка, 1884. – 307 с.

2. Мартынюк А.А., Миладжанов В.Г. Об устойчивости крупномасштабных систем при структурных возмущениях. Проблема А. // Электронное моделирование. - 1992. - 14, №1. - С. 3-10.

3.Мартынюк А.А., Миладжанов В.Г. Об устойчивости крупномасштабных систем при структурных возмущениях. Проблема Б. // Электронное моделирование. - 1992. - 14, № 4. - С. 35-42.

4. Мартынюк А.А., Миладжанов В.Г. О структурной устойчивости сингулярно-возмущенных крупномасштабных систем. 1 // Электронное моделирование. - 1993. - №1 - С. 23 – 30.

5. Мартынюк А.А., Миладжанов В.Г. О структурной устойчивости сингулярно-возмущенных крупномасштабных систем. П // Электронное моделирование. –- 1994. - №1 - С. 43 – 51.

Андижон давлат университети,
2013 йил 5 мартда қабул қилинган
(Тақризчи: проф. Ғ.Мўминов)